

① Σχετικιστική Ορμή
 Ορίζουμε την ορμή \vec{p} έτσι ώστε αν να
 αναγείνται στον κλασικό έκφραση για $\frac{v}{c} \rightarrow 0$
 και να μειοχρηματοποιείται στον διάστημα
 σε όρους, και να διατηρείται (για
 μειοχρηματοποιώντας ~~μια~~ άδραστηκή
 συστήματα) η ορμή ενός συστήματος
 σωμάτων.

{ Αν ορμή θεωρούμε η ορμή (για παράδειγμα
 στον άξονα x να παραμείνει αναλλοίωτη
 στον άξονα y να παραμείνει αναλλοίωτη
 που κινείται κατά τον άξονα x.

Ορίζουμε την ορμή ως σχέση μεταξύ μεταβολή $\Delta \vec{p}$
 της θέσης του σώματος μέσα στον ίδιο χρόνο
 Δt του συστήματος. Από το Δt αναλλοίωτο
 ο μειοχρηματοποιώντας Lorentz και
 μέσω μετασχηματισμού των ορμών έχουμε και ποσο
 μέσω μετασχηματισμού των \vec{p} .

$$p_x = m \frac{dx}{dz} \quad , \quad p_y = m \frac{dy}{dz} \quad , \quad p_z = m \frac{dz}{dz}$$

Έχουν μεταξύ τους dt σε οίστες τον
 εργασιών και dz ιδιοχρονών.

$$dt = \gamma dz$$

$$\Rightarrow \vec{p} = m \frac{d\vec{r}}{dz} = m \gamma \frac{d\vec{r}}{dt} \quad , \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad , \quad \beta = \frac{v}{c}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\vec{p} = \frac{m \vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\frac{v}{c} \rightarrow 1 \Rightarrow p \rightarrow \infty$$

Πως μεσοχρησιμοποιούμε κορμί στο σύστημα σε σύστημα?

$$\text{Εάν } \vec{p} = \frac{m \vec{u}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

και το ξ κινείται ως προς το ξ' με ταχύτητα $\vec{v} = v \hat{x}$

$$\text{τότε } p'_x = p_x, \quad p'_z = p_z, \quad p'_y = ?$$

Μπορούμε να ορίσουμε την σχετικιστική μάζα ενός σωματίδιου:

$$M(v) = \frac{m}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = m \gamma$$

με μάζα υπερταύ m , όταν $\frac{v}{c} \rightarrow 0$.

2) Σχετικιστική Ενέργεια

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε ένα σωματίδιο το οποίο δέχεται μία δύναμη, κινείται ενθ' έργου από αρχική ταχύτητα $u=0$ ως την ταχύτητα u . Η παραβολή των κινητικών ενεργειών είναι το έργο των δυνάμεων.

Στη αρχή βεβαία έχει κινητική ενέργεια $K=0$.
 ορίζουμε ορμή ως Σύστημα.

$$\underline{\vec{F}} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d}{dt} \left[\frac{M\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \right]$$

$$W = \int_A^T F dx = \int F \frac{dx}{dt} dt = \int F v dt =$$

$$= \int_{t_A \rightarrow v=0}^{t_T \rightarrow v=u} v \frac{d}{dt} \left[\frac{Mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \right] dt = \int \frac{d}{dt} \left[\frac{Mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \right] dt$$

$$\Rightarrow W = \frac{Mc^2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} - Mc^2 = Mc^2(\gamma-1) = K$$

Εν $\frac{u}{c} \rightarrow 0 \Rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = 1 + \frac{1}{2} \frac{u^2}{c^2} + \dots$

$$\Rightarrow K = \frac{1}{2} Mu^2$$

Τι είναι το $\frac{Mc^2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$?

Ορίζουμε ως Ολική Σχετικιστική Ενέργεια ενός
 ελεύθερου Σωματιδίου με τη έκφραση

$$E = Mc^2 \gamma = \frac{Mc^2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

Από μν

$$E = Mc^2 \frac{dt}{dz}$$

από τον ορισμό ορμής και ενέργειας έχουμε

$$\vec{p}^2 c^2 = \frac{M^2 c^2 u^2}{(1 - \frac{u^2}{c^2})} \quad \Rightarrow \quad E^2 = \frac{M^2 c^4}{(1 - \frac{u^2}{c^2})}$$

και
$$E^2 - \vec{p}^2 c^2 = M^2 c^2 \frac{c^2 - u^2}{c^2 - u^2} c^2 = \frac{M^2 c^4}{c^2 - u^2}$$

$$E^2 - \vec{p}^2 c^2 = M^2 c^4$$

Αρα η διαφορά αυτή είναι ποσότητα αναλογική με, ίδια σε όλα τα συστήματα αναφοράς.

Εάν κατά από έναν μετασχηματισμό έχουμε

$$E \rightarrow E', \quad \vec{p} \rightarrow \vec{p}'$$

$$\Rightarrow E'^2 - \vec{p}'^2 c^2 = M^2 c^4$$

$$E = \sqrt{M^2 c^4 + \vec{p}^2 c^2}$$

③ Διατήρηση ορμής - Ενέργεια σε μια κρούση
 Ανεξαρτησία των αναφορικών ή όχι!

$$\sum_{k=1}^N E_k = \text{σταθερό!}$$

$$\sum_{k=1}^N \vec{p}_k = \text{σταθερό}$$

Η σχετικιστική Ενέργεια διατηρείται ακόμα και στις κρούσεις που ονομάζονται μη ελαστικές.

Η απόλυτη κινητική Ενέργεια μετετρέπεται σε εσωτερική ενέργεια διεγέρσης των σωμάτων
 [Τεράστιο ορμή - Ενέργεια.]

④ Μετασχηματισμός Lorentz
Ορμής και της Ενέργειας.

$$E = Mc^2 \frac{dt}{dz}, \quad P_x = M \frac{dx}{dz}, \quad P_y = M \frac{dy}{dz}, \quad P_z = M \frac{dz}{dz}$$

Εισαγωγή αναφοράς S' , S' κινούμενο με ταχύτητα $\vec{v} = v \hat{x}$ προς το S .

$$x' = \gamma (x - vt), \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \gamma (t - \frac{v}{c^2} x)$$

$$dx' = dx, \quad dz' = dz, \quad dx' = \gamma (dx - v dt)$$

$$dt' = \gamma (dt - \frac{v}{c^2} dx)$$

$$\Rightarrow E' = Mc^2 \frac{dt'}{dz} = Mc^2 \gamma \left(\frac{dt}{dz} - \frac{v}{c^2} \frac{dx}{dz} \right) =$$

$$= \gamma (E - v P_x)$$

$$P_x' = M \frac{dx'}{dz} = \gamma (P_x - \frac{v}{c^2} E)$$

$$P_y' = P_y, \quad P_z' = M \frac{dz'}{dz} = P_z$$

Αντιστροφός μετασχηματισμός (P, E) συναρτήσει (P', E')
 βασιστάς $-v$ ορατά v .

Απομνή:

$$\frac{E'}{c} = \gamma \left(\frac{E}{c} - b P_x \right)$$

$$P_x' = \gamma \left(P_x - b \frac{E}{c} \right)$$

Μετασχηματισμοί ίδιοι με τις ποσότητες
 $(ct, x) \rightarrow \left(\frac{E}{c}, P_x \right)$

$$P_x = M \frac{dx}{dz}$$

$$\frac{E}{c} = M \frac{d(ct)}{dz} = Mc \frac{dt}{dz} = M \frac{dx_0}{dz}$$

Μπορούμε να υπολογίσουμε τα ταχύτητα ενός σώματος από τα ορίσματα ορμής και ενέργειας:

Εξίσωση:

$$u_x = \frac{dx}{dt} = \frac{\frac{dx}{dz}}{\frac{dt}{dz}} = \frac{\frac{P_x}{M}}{\frac{E}{Mc^2}} = c^2 \frac{P_x}{E}$$

ή γενικότερα

$$\vec{u} = c^2 \frac{\vec{P}}{E}$$

ταχύτητα κέντρου μάζας.

5) Παράδειγμα: Μια Ελαστική Κρούση

Έστω μια άνα ύψους κέντρου μάζας για δύο ομοία σώματα 1, 2 τα οποία συγκρούονται και κινούνται ως σωματίδιο 3.

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = 0 \quad (\text{πριν}) \Rightarrow \vec{P}_3 = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 = 0 \quad (\text{μετά})$$

$$E_3 = E_1 + E_2 \Rightarrow M_3 c^2 = \frac{2 M c^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$\text{μάζα συσσωματώματος} \quad M_3 = \frac{2 M}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

Προβλεπόμενα και των Δυναμική Έρευνα αυξημένες ταχύτητες
Μπορεί να αποδειχθεί ότι σχετικιστικά, διατήρηση ορμής συνεπάγεται και διατήρηση Ενέργειας.

γενικότερα για μια ομάδα έχουμε

$$P_{1x} + P_{2x} = P_{3x}$$

αλλάζουμε σύστημα αναφοράς: Νόμοι Αποστολής \Rightarrow

$$\Rightarrow P'_{1x} + P'_{2x} = \gamma (P_{1x} + P_{2x}) - \frac{\gamma v}{c} (E_1 + E_2) = P'_{3x}$$

$$= \gamma P_{3x} - \frac{\gamma v}{c} E_3$$

αρα αν $\frac{P_{1x} + P_{2x} = P_{3x}}$ και $\frac{P'_{1x} + P'_{2x} = P'_{3x}}$

$$\Rightarrow \underline{E_1 + E_2 = E_3}$$

6) Ισοδυναμία Μάζας και Ενέργειας

Μπορούμε να πούμε $E = M(v) c^2$, η κινητική Ενέργεια μετατρέπεται σε μάζα, μάζα υπερτίθεται σε ορμή και προκύπτουν όπως το προηγούμενο με ω με ελαστική κρούση.

Αρα ένα σώμα με ορμή σχετικιστική Ενέργεια έχει μάζα αδράνειας $M = \frac{E}{c^2}$.

Μεταβολή Ενέργειας σε Μάζα και αντίστροφα

- α) Ένα αέριο υδρογόνο αποσπείται από ένα P^+ (αυτοκόλο) και ένα διαμεσικό e^- (ηλεκτρόνιο).
 Κλασικά το σώμα έχει Κινητική Δυναμική Ενέργεια $= -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 v}$ αρνητική, αρα χρειάζεται ισό ποσό θετική Ενέργεια για να διασπαρθεί.

Σχετικιστικά η μάζα M_H των ατόμων του υδρογόνου είναι μικρότερη από το άθροισμα των μαζών M_p, m_e κατά το ποσό

$$M_H c^2 - (M_p c^2 + m_e c^2) = 13,6 \text{ eV} = 20 \times 10^{-19} \text{ Joules} =$$

= Ενέργεια Ενδεσμού

αυτή η Ενέργεια απελευθερώνεται όταν διασυνδέεται το άτομο του υδρογόνου με την μορφή Η εκπομπών κβαντών (φωτόν) διατάδα φωτονίων.

6) Πυρηνική Ένωση στον ^4He :

τέσσερα υδρογόνα δίνουν ένα άτομο Ηλίου και απελευθερώνεται ενέργεια που μας τρεσάνει και που κατασπεύει.

$$4 M(\text{H}^1) - M(\text{He}^4) = 0,0478 \times 10^{-24} \text{ Kg} = 52 \text{ Me}$$

Παίρνουμε φωτόνια γ και νετρόνια ν .

7) Σωματίδια με μηδενική μάζα Ηρεσίας.

Από το σχόλιο $E = \sqrt{P^2 c^2 + m^2 c^4}$ για $m=0$ έχουμε

$$E = P c \Rightarrow P = \frac{E}{c}$$

και από το σχόλιο: $u = c^2 \frac{P}{E} = c^2 \frac{P}{P c} = c$.

Φωτόνια και τα νετρόνια κινούνται με ταχύτητα c .

Τα φωτόνια σύμφωνα με τη κβαντομηχανική έχουν Ενέργεια $E_f = h \nu$ όπου $\nu =$ συχνότητα του Η εκπομπών κβαντών.

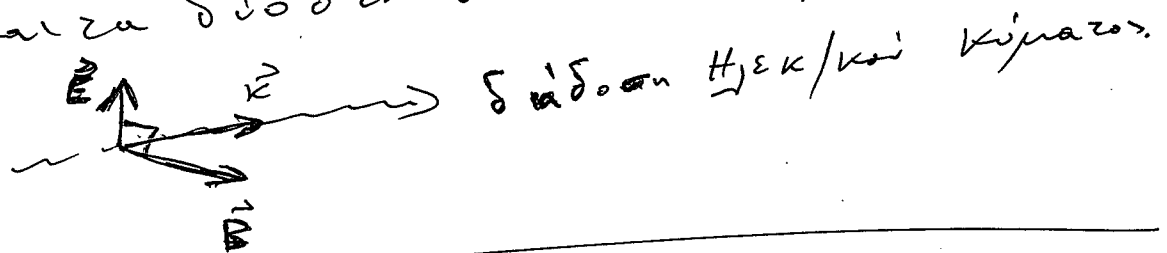
$h =$ σταθερά του Planck.

Εο υπερεκτομογομεινός κίμα η Εριπράφεται ουνίθως
 από μία ουνάρτησιν (πάρ οδωα με ταχίτητα c)
 τως μορφή: $E = E_0 \sin(kx - \omega t) = E_0 \sin[k(x - \frac{\omega}{k}t)]$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu \quad , \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

αρε $\frac{\omega}{k} = c \Rightarrow \frac{2\pi\nu}{\frac{2\pi}{\lambda}} = c \Rightarrow \boxed{c = \lambda\nu}$

αυνίσοιχα $B = B_0 \sin(kx - \omega t)$ και $\vec{E} \perp \vec{B}$,
 κώδεα και τα δίοσων δυνάμεων διάδοσων.



Φαινόμενο Doppler

φωσ με συχνότητα ν_1 στο σύστημα S , έχει συχνότητα
 ν_2 σε σύστημα S' με σχετική ταχίτητα $\vec{v} = v\hat{x}$.

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - b^2}}, \quad b = \frac{v}{c}$$

εχουμε $E_1 = h\nu_1$, $P_1 = \frac{E_1}{c}$ και $E_2 = h\nu_2$

μετασχηματισμοσ Ενεργητας:

$$E_2 = \gamma (E_1 - bcP_1) \Rightarrow h\nu_2 = \gamma (h\nu_1 - bc \frac{h\nu_1}{c})$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\nu_2 = \nu_1 \gamma (1 - b) = \nu_1 \frac{(1 - b)}{\sqrt{(1 - b)(1 + b)}} = \nu_1 \sqrt{\frac{1 - b}{1 + b}}}}$$