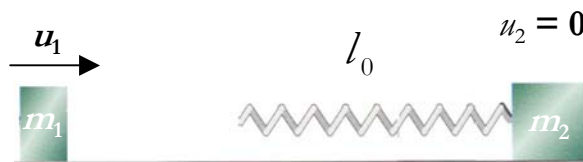


**ΕΡΓΑΣΙΑ 4<sup>η</sup>**  
**(Παράδοση: 18/04/2005 )**

**Άσκηση 1**

Πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο βρίσκεται ακίνητη η μάζα  $m_2 = 4\text{Kg}$  στην οποία είναι δεμένη η μια άκρη του ελατηρίου σταθεράς  $k = 300\text{N/m}$ . Η μάζα  $m_1 = 2\text{Kg}$  κινείται με ταχύτητα μέτρου  $u_1 = 30\text{m/s}$  στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου με αμελητέα μάζα.



- α. Να γραφεί η εξίσωση της κίνησης για κάθε σώμα και για το κέντρο μάζας του συστήματος ελατήριο – σώματα από την στιγμή που το σώμα μάζας  $m_1$  έρχεται σε επαφή με το ελατήριο. Τι είδους κίνηση εκτελούν; Αιτιολογήστε την απάντησή σας
- β. Πότε επιτυγχάνεται η μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου και πόση είναι αυτή; Πόση είναι τότε η ταχύτητα του κέντρου μάζας του συστήματος;
- γ. Αν  $l_0$  είναι το φυσικό μήκος του ελατηρίου, να βρείτε τις συναρτήσεις  $F = f(l)$  και  $U = f(l)$ , όπου  $l$ ,  $F$ ,  $U$  είναι το μήκος, η δύναμη που ασκείται από το ελατήριο στην μάζα  $m_2$  και η Δυναμική ενέργεια του ελατηρίου αντίστοιχα από την στιγμή της επαφής μέχρι την στιγμή που το ελατήριο αποκτά την μέγιστη συσπίρωση.

**Μονάδες: 10**

**Άσκηση 2**

**A.** Σώμα μάζας  $m = 10\text{Kg}$  ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Την χρονική στιγμή  $t = 0$  ξεκινάει να κινείται κατά μήκος του άξονα  $x$  υπό την επίδραση μεταβλητής δύναμης  $F$  με σταθερή διεύθυνση, που σχηματίζει με το οριζόντιο επίπεδο γωνία  $\varphi = 30^\circ$ . Η δύναμη έχει μέτρο που δίνεται από τη σχέση  $F = 20 + 20x$  (N) όπου  $x$  είναι η θέση του σώματος στον άξονα  $x$ . Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης του σώματος με το δάπεδο είναι  $\mu = 0.1$ , να υπολογιστεί το έργο  $W_F$  της δύναμης  $F$  και το έργο της τριβής  $W_T$ , από την θέση  $x = 0$  μέχρι τη θέση που το σώμα χάνει την επαφή του με το οριζόντιο επίπεδο. (Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$ )

**B.** Ρυμουλκό τραβά με σταθερή ταχύτητα όχημα ασκώντας του σταθερή δύναμη  $F = 5000\text{N}$ . Διακρίνονται δύο περιπτώσεις: το ρυμουλκούμενο όχημα κινείται με ταχύτητα μέτρου  $u = 2\text{ m/s}$  σε 1.) οριζόντιο επίπεδο και 2.) προς τα πάνω σε κατακόρυφο επίπεδο. Να υπολογιστούν:

- α. η ισχύς του ρυμουλκού σε κάθε περίπτωση,
- β. ο ρυθμός μετατροπής της προσφερόμενης ενέργειας σε θερμική ενέργεια του οχήματος στην πρώτη περίπτωση και
- γ. ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του οχήματος στην δεύτερη περίπτωση.

**Μονάδες: 10**

**Άσκηση 3**

**A.** Σφαίρα μάζας  $m = 2\text{Kg}$  προσκρούει με κατακόρυφη ταχύτητα  $u_1 = 10\text{m/s}$  σε οριζόντιο δάπεδο και αναπηδά με ταχύτητα  $u_2 = 6\text{m/s}$ . Η διάρκεια επαφής της σφαίρας με το δάπεδο

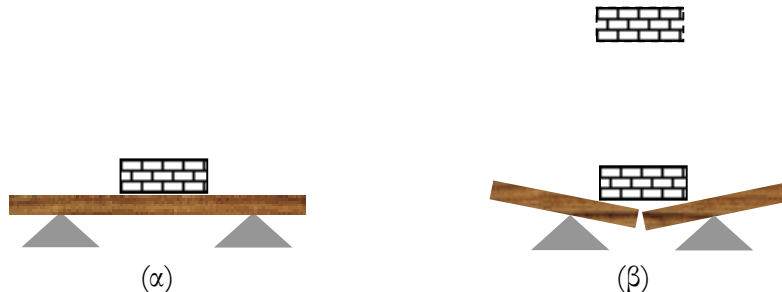
είναι  $\Delta t = 0.1\text{s}$ . Να υπολογιστούν:

α. η μεταβολή της ορμής της σφαίρας και

β. η μέση δύναμη, που δέχεται η σφαίρα από το δάπεδο.

(Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$ ).

**B.** Εξηγήστε ποιοτικά την κατάσταση που περιγράφεται στα σχήματα (α) και (β)



Στο σχήμα (α) το σώμα ισορροπεί στην οριζόντια σανίδα με τάση θραύσης  $T$ , ενώ στο Σχήμα (β) αφέθηκε από ύψος  $H$  πάνω από αυτήν.

**Μονάδες: 10**

#### Άσκηση 4

**A.** Οβίδα μάζας  $M = 50\text{Kg}$  εκτοξεύεται με ταχύτητα  $V = 600\text{m/s}$  υπό γωνία  $\varphi = 15^\circ$  σε σχέση με το οριζόντιο επίπεδο. Μόλις η οβίδα βρεθεί στο μέγιστο ύψος της τροχιάς της εκρήγνυται και διασπάται σε δύο τμήματα με μάζες  $m_1 = \frac{1}{3}M$  και  $m_2 = \frac{2}{3}M$ . Το δεύτερο

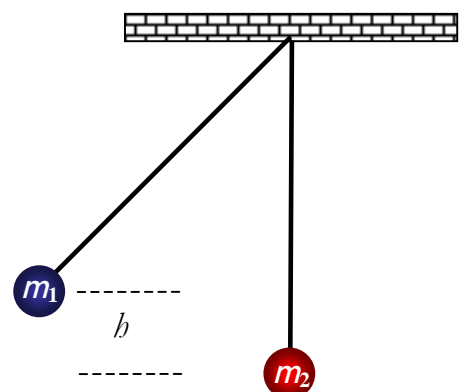
τμήμα μετά την έκρηξη κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω με ταχύτητα  $v_2 = 500\text{m/s}$ . Υπολογίστε την ταχύτητα του άλλου τμήματος αμέσως μετά την έκρηξη και την ενέργεια που απελευθερώθηκε.

**B.** Επάνω σε ένα αντικείμενο μάζας  $2\text{ kg}$  ασκείται δύναμη  $\mathbf{F} = (\alpha t^2)\mathbf{i} - (\beta - \gamma t)\mathbf{j}$ , όπου  $\alpha = 15\text{ N/s}^2$ ,  $\beta = 12\text{ N}$ ,  $\gamma = 20\text{ N/s}$ . Αν το αντικείμενο ήταν αρχικά ακίνητο, ποιο είναι το διάνυσμα της ταχύτητάς του όταν η δύναμη έχει ασκηθεί για  $0.5\text{ s}$ ;

**Μονάδες: 10**

#### Άσκηση 5

**A.** Δύο πλαστικές σφαίρες μάζας  $m_1$  και  $m_2$  είναι αναρτημένες όπως φαίνεται στο σχήμα. Αν αφήσουμε την  $m_1$  ελεύθερη, συγκρούεται πλαστικά με την  $m_2$ . Το συσσωμάτωμα φτάνει σε ύψος  $h/3$ . Αν η μάζα  $m_1 = 10\text{ g}$ , υπολογίστε την μάζα  $m_2$  και το ποσό της ενέργειας που μετατρέπεται σε θερμότητα. Δίνεται  $h = 10\text{ cm}$ . (Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$ ).



**B.** Βόμβα είναι ακίνητη σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Κάποια στιγμή εκρήγνυται σε τρία

κομμάτια. Τα δυο κομμάτια με μάζες  $m_1 = 2\text{Kg}$  και  $m_2 = 3\text{Kg}$  κινούνται σε κάθετες μεταξύ τους διευθύνσεις με ταχύτητες μέτρων  $u_1 = 40\text{m/s}$  και  $u_2 = 20\text{m/s}$  αντίστοιχα. Αν το τρίτο κομμάτι έχει μάζα  $m_3 = 5\text{Kg}$ , να υπολογιστεί η ταχύτητά του.

**Μονάδες: 10**

### Άσκηση 6

Ένα jetski (ταχύπλοο το οποίο αναρροφά νερό από την καρίνα και το εκτοξεύει προς τα πίσω) ξεκινά από την ηρεμία. Αν η αντίσταση του νερού δίνεται από την σχέση  $\mathbf{A} = -k\mathbf{v}$ , όπου  $\mathbf{v}$  η ταχύτητα του ταχύπλοου και  $k$  σταθερά και το νερό εκτοξεύεται με σχετική ως προς το ταχύπλοο ταχύτητα  $u = 35\text{m/s}$  και ρυθμό  $\lambda = 10\text{ Kg/s}$ , υπολογίστε την τελική ταχύτητα του jetski. Δίνεται ότι  $k = 10\text{ N}\cdot\text{s/m}$ .

**Μονάδες: 10**

### Άσκηση 7

Πύραυλος μάζας  $m$  εκτοξεύεται από την επιφάνεια της γης με ταχύτητα ίση με το μισό της ταχύτητας διαφυγής από την γη. Να υπολογιστούν:

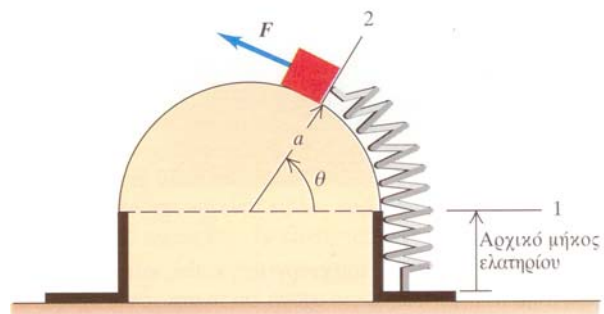
- η ταχύτητα του πυραύλου όταν αυτός θα απέχει απόσταση  $r$  από το κέντρο της γης και
- η μέγιστη απόσταση  $r_{\max}$  από το κέντρο της γης στην οποία μπορεί να φτάσει ο πύραυλος αυτός

Δίνονται: η ακτίνα της γης,  $R = 6400\text{ km}$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της γης,  $g = 10\text{ m/s}^2$ .

**Μονάδες: 10**

### Άσκηση 8

**A.** Μια μεταβλητή δύναμη  $F$  διατηρείται εφαπτομενική κατά μήκος μιας λείας σφαιρικής επιφάνειας ακτίνας  $a$  (Σχήμα). Επιβάλλοντας βραδεία μεταβολή του μέτρου της δύναμης, ένα σώμα βάρους  $W$  κινείται κατά μήκος της επιφάνειας, ενώ το ελατήριο στο άκρο του οποίου έχει προσκολληθεί το σώμα, εκτείνεται από την θέση 1 (όπου το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος) στην θέση 2. Υπολογίστε το έργο που παράγεται από την δύναμη  $F$ .



**B.** Διαπιστώνεται ότι ένα συγκεκριμένο ελατήριο δεν ακολουθεί τον νόμο του Hooke αλλά ασκεί μια δύναμη επαναφοράς της μορφής  $F_x(x) = -ax - bx^2$ , όταν εκτείνεται η συμπίεζεται κατά μήκος  $x$ , όπου  $a = 70\text{ N/m}$  και  $b = 12\text{ N/m}^2$ .

α. Υπολογίστε την συνάρτηση της δυναμικής ενέργειας  $U(x)$  για το ελατήριο αυτό.

Υποθέστε ότι  $U(0) = 0$ .

β. Ένα αντικείμενο μάζας  $2\text{ Kg}$  προσαρτάται στο άκρο του ελατηρίου αυτού, έλκεται για μήκος  $1\text{ m}$  προς τα δεξιά πάνω σε λεία οριζόντια επιφάνεια και στην συνέχεια αφήνεται ελεύθερο. Πόση είναι η ταχύτητα του αντικειμένου όταν βρίσκεται σε απόσταση  $0.5\text{ m}$

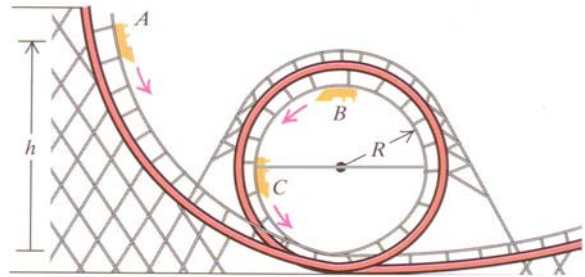
δεξιά από την θέση ισορροπίας όπου  $x = 0$ ;

**Μονάδες: 10**

### Άσκηση 9

**A.** Μια σφαίρα πυροβόλου μάζας  $m = 0.1 \text{ kg}$  που κινείται οριζόντια με ταχύτητα  $V = 200 \text{ m/s}$  κτυπά και διαπερνά ξύλινη πλάκα μάζας  $M = 2 \text{ kg}$ , που είναι στερεωμένη στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς  $K = 50 \text{ N/m}$ . Η πλάκα μπορεί να κινείται στο οριζόντιο δάπεδο με αμελητέα τριβή. Η μέγιστη παραμόρφωση του ελατηρίου είναι  $x_{\max} = 0.2 \text{ m}$ . Να βρεθεί η ταχύτητα με την οποία η σφαίρα εγκατέλειψε την πλάκα.

**B.** Ένα αμαξάκι σε λούνα-πάρκ κυλάει χωρίς τριβές κατά μήκος της ανακυκλούμενης τροχιάς που φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Ξεκινά, ενώ ηρεμεί αρχικά από το σημείο A, σε ύψος  $h$  πάνω από το κατώτατο σημείο της τροχιάς.



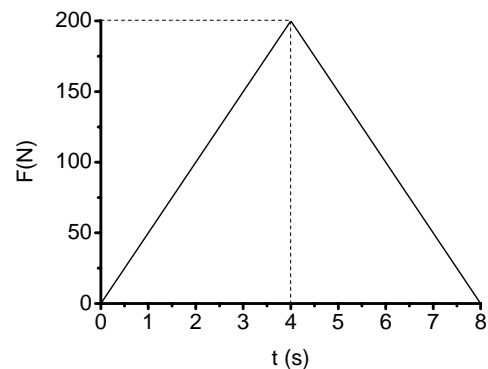
α. Ποια η ελάχιστη τιμή του  $h$  (ως συνάρτηση του  $R$ ), ώστε το αμαξάκι να ολοκληρώσει την ανακύκλωση χωρίς να διακινδυνεύσει πτώση στο ψηλότερο σημείο της τροχιάς (σημείο B),

β. Αν  $h = 3.5R$  και  $R = 30 \text{ m}$ , υπολογίστε την ταχύτητα, την ακτινική επιτάχυνση και την εφαπτομενική επιτάχυνση των επιβατών όταν το αμαξάκι βρίσκεται στο σημείο C, που αντιστοιχεί στο άκρο μιας οριζόντιας διαμέτρου. (Δίνεται  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

**Μονάδες: 10**

### Άσκηση 10

Σώμα μάζας  $m = 20 \text{ kg}$  ενώ ηρεμεί πάνω σε οριζόντιο επίπεδο, αρχίζει να δέχεται την επίδραση οριζόντιας δύναμης  $F$  που το μέτρο της σε συνάρτηση με τον χρόνο μεταβάλλεται όπως δείχνει το διπλανό διάγραμμα. Θεωρείστε ότι ο μέγιστος συντελεστής στατικής τριβής είναι ίσος με τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του επιπέδου που είναι  $\mu = 0.5$ . Ζητούνται:



α. Η γραφική παράσταση σε βαθμολογημένους άξονες της συνισταμένης των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα ως συνάρτηση του χρόνου

β. Να βρεθεί η ορμή του σώματος ως συνάρτηση του χρόνου και να παρασταθεί γραφικά

γ. Η μέγιστη ταχύτητα που αποκτά το σώμα και ποια χρονική στιγμή συμβαίνει;

δ. Η ταχύτητα του σώματος την χρονική στιγμή  $t = 8 \text{ s}$ .

ε. Η ολική διάρκεια της κίνησης του σώματος

Δίνεται  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**Μονάδες: 10**

**Καλή επιτυχία.**