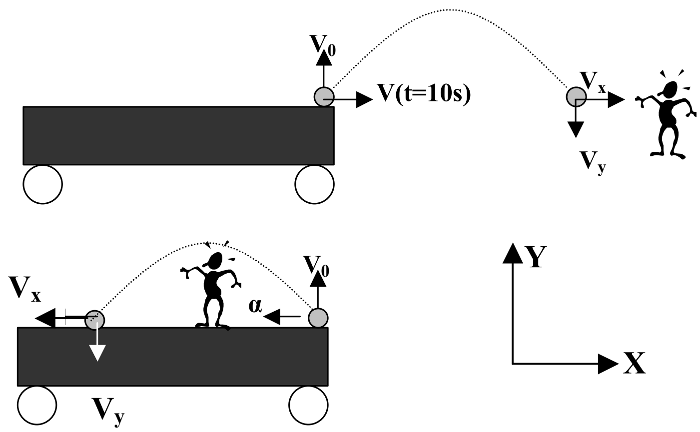
Λύσεις Θεμάτων ΦΥΕ00 (Φυσική) – Ιούλιος 2002

Θέμα 1ον

Ένα όχημα αρχίζει να κινείται από την ηρεμία με ταχύτητα $V(t) = (5\mathrm{m/s^2}) \cdot t$. Την χρονική στιγμή t=10s ο οδηγός εκτινάσσει από το πάτωμα του οχήματος, κατακόρυφα προς τα επάνω, σφαίρα. Η ταχύτητα εκτίναξης έχει μέτρο $V_0 = 10\mathrm{m/s}$, ως προς το σύστημα αναφοράς του οχήματος.

(α) Βρείτε την αρχική στιγμιαία ταχύτητα της σφαίρας και την στιγμιαία ταχύτητα με την οποία προσκρούει στο πάτωμα του οχήματος, ως προς ακίνητο παρατηρητή επί του εδάφους.
(β) Βρείτε το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας με την οποία προσκρούει στο πάτωμα, ως προς το σύστημα αναφοράς του οχήματος.



Η ταχύτητα του οχήματος για t=10s είναι V(t=10s)=50m/s ενώ η επιτάχυνση του είναι σταθερή ίση με a=5m/s^2. Επιλέγουμε τους άξονες X και Y όπως δείχνει το Σχήμα.

(α) Ο ακίνητος παρατηρητής βλέπει την σφαίρα, την χρονική στιγμή t=10s, να έχει αρχική ταχύτητα V_0 κατά τον κατακόρυφο άξονα και V(t=10s) κατά τον οριζόντιο άξονα. Συνεπώς η αρχική στιγμιαία ταχύτητα είναι: $\vec{V}_a = (50\mathrm{m/s}) \cdot \vec{i} + (10\mathrm{m/s}) \cdot \vec{j}$

Η σφαίρα, υπό την επίδραση του γήινου βαρυτικού πεδίου, έχει κατακόρυφη επιτάχυνση g, την επιτάχυνση βαρύτητας, και εκτελεί βολή. Η κατακόρυφη συνιστώσα της κίνησης αντιστοιχεί σε επιβραδυνόμενη άνοδο κατά h, μέχρις ότου η ταχύτητα μηδενιστεί στο υψηλότερο σημείο της τροχιάς σε χρόνο t_1, και ακολούθως επιταχυνόμενη κάθοδο κατά h .

Οι εξισώσεις κίνησης είναι:

Άνοδος: $0=V_0-gt_1$, $h= V_0t_1-(1/2)gt^2_1$

Κάθοδος: $V_y=0-gt_2$, $h= -(1/2)gt^2_2$ (1)

Επιλύοντας το σύστημα των εξισώσεων (1) καταλήγουμε ότι: $t_1=t_2=1s$ και $V_y=-V_0$.
Κατά τον οριζόντιο άξονα η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή, συνεπώς V_x=V(t=10s). Τέλος η τελική ταχύτητα ως προς τον ακίνητο παρατηρητή είναι: $\vec{V}_\tau = (50\mathrm{m/s}) \cdot \vec{i} - (10\mathrm{m/s}) \cdot \vec{j}$

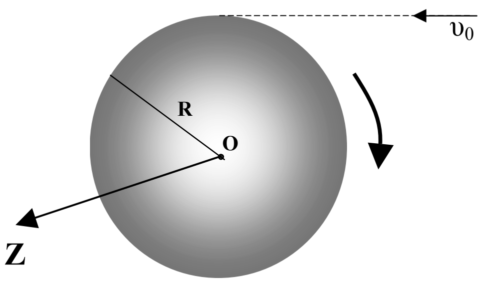
(β) Ο κινούμενος παρατηρητής είναι μη αδρανειακός. Για να εφαρμόσει τους νόμους του Νεύτωνα υποθέτει ότι στο σώμα δρά δύναμη, με ίδια διεύθυνση αλλά αντίθετη φορά με την επιτάχυνση του οχήματος, μέτρου ma. Ως προς αυτόν τον παρατηρητή η σφαίρα εκτελεί δύο σύγχρονες κινήσεις: Μία κατακόρυφο, με αρχική ταχύτητα V_0 και επιτάχυνση g και μία οριζόντια με μηδενική αρχική ταχύτητα και επιτάχυνση a (αντίθετης φοράς από εκείνη του οχήματος). Ο συνολικός χρόνος κίνησης είναι $2t_1$ και οι συνιστώσες της τελικής ταχύτητας είναι $V_y=-V_0$ και $V_y=(1/2)a(2t_1)^2$. Μετά από αριθμητική αντικατάσταση: $\vec{V}_\tau = (\text{-}10\mathrm{m/s}) \cdot \vec{i} - (10\mathrm{m/s}) \cdot \vec{j}$

Θέμα 2ον

Ένα σώμα αμελητέων διαστάσεων, μάζας m=10g και ταχύτητας υ_0=10m/s, συγκρούεται εφαπτομενικά και κολλά στην εξωτερική επιφάνεια μιας ομογενούς συμπαγούς σφαίρας, μάζας M=1kg και ακτίνας R=20cm. Αν η σφαίρα αρχικά περιστρέφεται με την φορά των δεικτών του ωρολογίου (χωρίς τριβές) με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω_0=10rad/s γύρω από ένα ακλόνητο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της O και είναι κάθετος στο επίπεδο του διπλανού Σχήματος , να βρεθούν

(α) Η γωνιακή ταχύτητα του συστήματος μετά την κρούση

(β) Η απώλεια μηχανικής ενέργειας κατά την κρούση.



Πριν από την κρούση η συνολική στροφορμή του συστήματος είναι $\vec{L}_a = \vec{L}_1 + \vec{L}_2$, όπου $\vec{L}_1 = -I \cdot \omega_0 \cdot \vec{k}$ και $\vec{L}_2 = m \cdot \upsilon_0 \cdot R \cdot \vec{k}$ είναι η στροφορμή της σφαίρας και του βλήματος και I είναι η ροπή αδρανείας της σφαίρας .

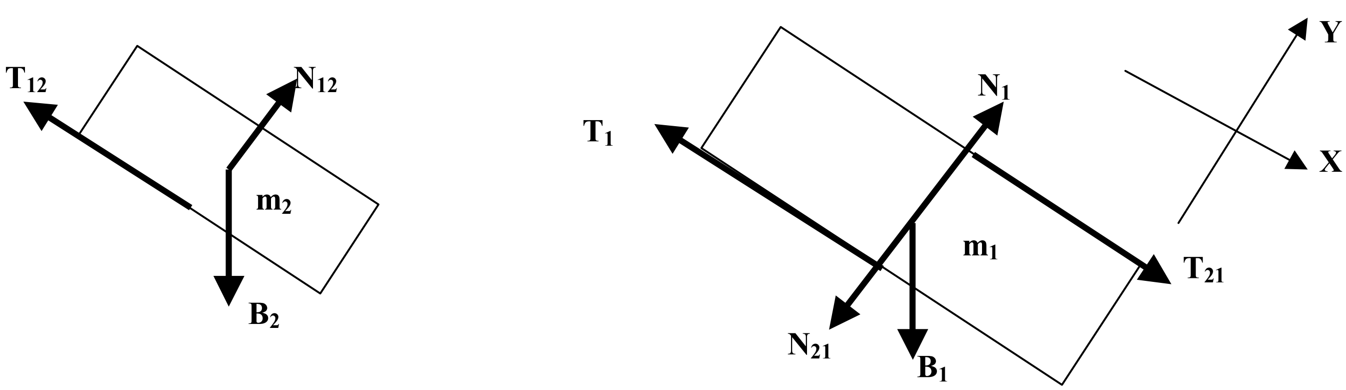
Μετά την κρούση η συνολική στροφορμή είναι: $\vec{L}_\tau = -I' \cdot \omega \cdot \vec{k}$ όπου I′ η ροπή αδρανείας σφαίρας και σώματος ($I'=I+mR^2$) και ω είναι η τελική γωνιακή ταχύτητα (υποθέτοντας ότι θα συνεχίσει να περιστρέφεται με την ίδια φορά). Επειδή δεν δρουν εξωτερικές ροπές: $\vec{L}_a = \vec{L}_\tau$. Μετά από αντικατάσταση: ω=8.536rad/s.

Η αρχική και τελική κινητική ενέργεια του συστήματος είναι: $E_a = \frac{1}{2} m\upsilon^2 + \frac{1}{2} I\omega_0^2$ και $E_\tau = \frac{1}{2}(I + mR^2)\omega^2$.

Με αντικατάσταση καταλήγουμε ότι $\Delta E = E_\tau - E_a = -0.703$ J

Θέμα 3ον

(α) Δύο κιβώτια, σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου και μάζας m_1=30kg και m_2=10kg, τοποθετούνται, το ένα πάνω στο άλλο επί κεκλιμένου επιπέδου όπως δείχνει το Σχήμα. Η γωνία κλίσης του κεκλιμένου επιπέδου είναι 30° και οι συντελεστές τριβής ολίσθησης μεταξύ επιπέδου και m_1 είναι 0.5 ενώ μεταξύ των δύο σωμάτων είναι 0.3.Να βρεθούν οι επιταχύνεις με τις οποίες ολισθαίνουν τα δύο κιβώτια ως προς ακίνητο παρατηρητή.



Οι δυνάμεις που δρουν στη μάζα m_2 είναι: α) N_{12}, από την μάζα m_1 στη μάζα m_2 , β) το βάρος $B_2=m_2g$, και γ) η δύναμη τριβής T_{12} από τη επιφάνεια του m_1 στην επιφάνεια του m_2, με φορά που αντίκειται στην ολίσθηση του m2.

Οι δυνάμεις που δρουν στη μάζα m_1 είναι: α) N_{21}, από την μάζα m_2 στη μάζα m_1 , β) το βάρος $B_1=m_1g$, και γ) η δύναμη τριβής T_{21} από τη επιφάνεια του m_2 στην επιφάνεια του m_1, δ) η αντίδραση του κεκλιμένου επιπέδου N_1 καιε) η δ ύναμη τριβής T_1 με το κεκλιμένο επίπεδο με φορά που αντίκειται στην ολίσθηση του m1

Λόγω δράσης και αντίδρασης τα μέτρα των ακολούθων δυνάμεων είναι ίσα: $N_{12}=N_{21}=N_2$ και $T_{12}=T_{21}=T_2$.

Εφαρμόζοντας τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα για την περίπτωση των δύο σωμάτων, κατά τους Χ και Υ άξονες, καταλήγουμε στις ακόλουθες εκφράσεις:

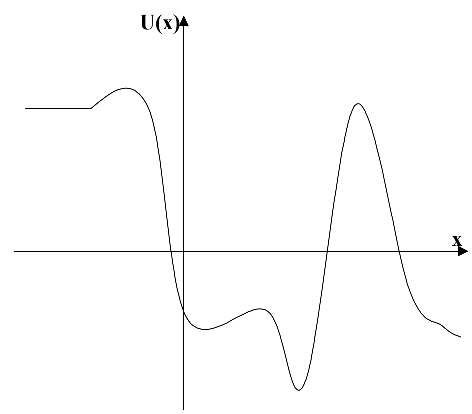
$N_2=m_2g\cos\theta$ και $m_2g\sin\theta-T_2=m_2a_2$

$N_1=N_2+m_1g\cos\theta$ και $T_2+m_1g\sin\theta-T_1=m_1a_1$

Επίσης $T_1=\mu_1N_1$ και $T_2=\mu_2N_2$

Επιλύοντας τις παραπάνω εξισώσεις και μετά από αριθμητική αντικατάσταση καταλήγουμε ότι: $a_2=2.4m/s^2$ και $a_1=0.0929m/s^2$

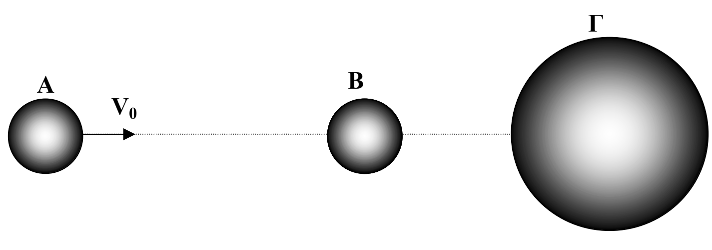
(β) Σημειώσετε στο διπλανό διάγραμμα δυναμικής ενέργειας - θέσης (U(x)-x) τα σημεία ισορροπίας του σώματος και να χαρακτηρίσετε το είδος της ισορροπίας. Δικαιολογήσετε τις επιλογές και χαρακτηρισμούς.



Βλέπε Κεφάλαιο 3 παράγραφο 6.8

Θέμα 4^ον^

(α)Η σφαίρα Α, μάζας m, κινείται με ταχύτητα V_0 , πάνω στην ευθεία που συνδέει τα κέντρα των σφαιρών Β και Γ, μαζών m και $M=10^6m$ αντίστοιχα. Δείξτε ότι συμβαίνουν τρεις κρούσεις και βρείτε τις τελικές ταχύτητες (μέτρο, διεύθυνση και φορά) των σφαιρών.

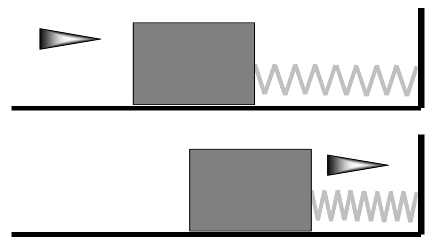


Η πρώτη ελαστική κρούση είναι μεταξύ Α και Β. Επειδή τα σώματα έχουν την ίδια μάζα ανταλλάσσουν ταχύτητες. Δηλαδή, μετά την κρούση η Α ακινητεί και η Β κινείται με ταχύτητα V_0.

Η δεύτερη ελαστική κρούση είναι μεταξύ της Β και της Γ. Επειδή η Γ έχει πολύ μεγαλύτερη μάζα η σφαίρα Β αντιστρέφει την φορά κίνησης της αλλά πρακτικά διατηρεί το μέτρο της ταχύτητας της (εφαρμογή της διατήρησης της κινητικής ενέργειας και ορμής καταλήγει ότι το μέτρο της ταχύτητας θα είναι $0.99998V_0$) εώ η Γ παραμένει πρακτικά ακίνητη.

Η τρίτη ελαστική κρούση συμβαίνει μεταξύ της Β (που κινείται προς τα αριστερά) και της Α που είναι ακίνητη. Επειδή τα σώματα έχουν την ίδια μάζα η σφαίρα Β θα σταματήσει και η Α θα κινηθεί με ταχύτητα μέτρου $0.999998V_0$ προς τα αριστερά.

(β) Μία σφαίρα, μάζας 5g κινείται με αρχική οριζόντια ταχύτητα μέτρου 400m/s και χτυπά σώμα μάζας 1kg το οποίο και διαπερνά, όπως φαίνεται στο Σχήμα. Το σώμα είναι αρχικά ακίνητο πάνω σε λεία οριζόντια επιφάνεια και συνδέεται με ελατήριο σταθεράς 900N/m. Αν το σώμα μετακινείται κατά 5cm προς τα δεξιά μετά την κρούση, βρείτε την ταχύτητα με την οποία εξέρχεται η σφαίρα από το σώμα και την ενέργεια που χάθηκε κατά την κρούση.



Έστω m και M η μάζα της σφαίρας και του σώματος και $υ_0$ η αρχική ταχύτητα της σφαίρας. Επειδή κατά την κρούση δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις διατηρείται η ορμή: $mυ_0+0=mυ+MV$, όπου υ και V οι ταχύτητες της σφαίρας και του σώματος μετά την κρούση.

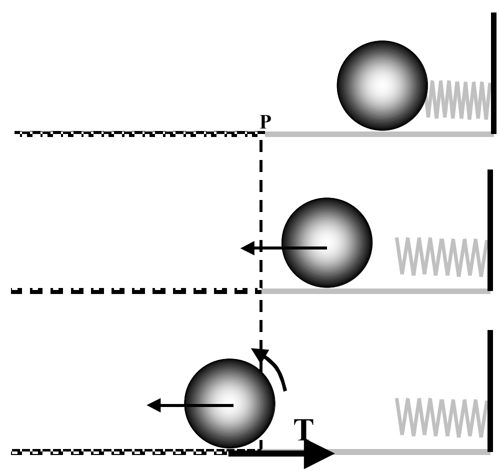
Το σώμα κινείται και συμπιέζει το ελατήριο μέχρις ότου σταματήσει. Επειδή δεν υπάρχει απώλεια μηχανικής εέργειας: $(1/2)MV^2=(1/2)kx^2$

Από τις δύο προηγούμενες σχέσεις, μετά από αριθμητική αντικατάσταση βρίσκουμε: V=1.5m/s και υ=100m/s

Η μεταβολή της εέργειας ε ίναι: $ΔE=0.5mυ_0^2-(0.5MV^2+0.5mυ^2)=-373.88J$

Θέμα 5ον

(α) Σφαίρα μάζας Μ και ακτίνας R, βρίσκεται επί οριζοντίου δαπέδου μπροστά από ένα ελατήριο το οποίο έχει συμπιεσθεί κατά x. Το ελατήριο έχει μηδενική μάζα, σταθερά k και όταν αφήνεται ελεύθερο να αποσυμπιεσθεί παρασύρει και την σφαίρα η οποία συνεχίζει να ολισθαίνει χωρίς τριβές. Στο σημείο P της διαδρομής της, η υφή του δαπέδου αλλάζει και στην σφαίρα ασκείται τριβή ολίσθησης. Υπό την επίδραση της τριβής ολίσθησης η σφαίρα αρχίζει να κυλίεται ενώ συγχρόνως ολισθαίνει. Εάν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σφαίρας και δαπέδου είναι μ, να βρείτε την απόσταση που θα διανύσει το κέντρο μάζας της σφαίρας, από το σημείο P μέχρις του σημείου εκείνου που θα αρχίσει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.



Κατά την εκτόνωση του ελατηρίου η σφαίρα αποκτά ταχύτητα ολίσθησης V_0. Από την διατήρηση της κινητικής εέργειας έχουμε: $0.5\,k\,x^2=0.5\,M\,V_0^2$ ή $V_0=x(k/M)^{1/2}$

Μετά το σημείο P, στη σφαίρα ασκείται τριβή ολίσθησης, $T=μN=μMg$, που αντίκειται στην ολίσθηση και επιβραδύνει την μεταφορική κίνηση. Η μεταφορική ταχύτητα του κέντρου μάζας μετά από χρόνο t, από τότε που έφτασε στο σημείο P, είναι: $V=V_0-(T/M)t$.

Η δύναμη τριβής ασκεί ροπή ως προς τον άξονα κύλισης και το σώμα αρχίζει να κυλίεται με γωνιακή επιτάχυνση α,εώ συγχρ όνως ολισθαίνει: $TR=Iα$

Η γωνιακή ταχύτητα ,ω, μεταβάλλεται με τον χρόνο ως: $ω=αt$.

Κύλιση χωρίς ολίσθηση επιτυγχάνεται όταν: $V=ωR$. Αντικαθιστώντας από τις προηγούμενες σχέσεις καταλήγουμε ότι: $t=(2V_0)/(7μg)$.

Επιπλέον, το διάστημα που μεταφέρεται το κέντρο μάζας είναι: $S=V_0t-0.5(T/M)t^2$ ή $S=(12/49)V_0^2/(μg)$

(β) Απαντήστε στα ακόλουθα ερωτήματα:

Ι. Γιατί η δυναμική ενέργεια ενός σώματος μπορεί να είναι αρνητική ενώ η κινητική ενέργεια είναι πάντα θετική;

ΙΙ. Γιατί όταν αυγό πέφτει από ύψος ενός μέτρου σε παχύ αφρολέξ δεν σπάει ενώ σπάει εάν πέσει από το ίδιο ύψος στο πάτωμα;

ΙΙΙ. Σε ένα σώμα ασκείται μία, μη μηδενική, εξωτερική δύναμη. Ποία από τα ακόλουθα μεγέθη είναι δυνατόν να διατηρούνται σταθερά: 1) η κινητική του ενέργεια , 2) η ορμή του. Δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Θεωρία από το βιβλίο