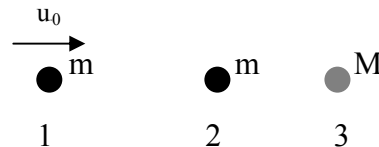


**ΘΕΜΑ 1**

Α) Οι δύο μάζες στα δεξιά του σχήματος βρίσκονται αρχικά σε κατάσταση ηρεμίας και απέχουν λίγο μεταξύ τους. Η τρίτη μάζα, στα αριστερά του σχήματος προσπίπτει πάνω τους με ταχύτητα  $u_0$ . Υποθέτουμε ότι πρόκειται για μετωπικές ελαστικές κρούσεις και ότι οι μάζες κινούνται σε οριζόντιο επίπεδο χωρίς την επίδραση της βαρύτητας.

α) Αν  $M \leq m$ , δείξτε ότι σημειώνονται δύο κρούσεις και βρείτε όλες τις τελικές ταχύτητες.

β) Αν  $M > m$ , δείξτε ότι σημειώνονται τρεις κρούσεις και βρείτε όλες τις τελικές ταχύτητες.



(70 % των μονάδων του θέματος)

Β) Δίνεται η δύναμη  $\vec{F} = 7\hat{i} - 6\hat{j}$  N

α) Υπολογίστε το έργο κατά τη μετακίνηση ενός υλικού σημείου από  $\vec{r}_0 = 0$  στο σημείο  $\vec{r} = -3\hat{i} + 4\hat{j}$  m. Είναι απαραίτητο να προσδιορίσουμε τη διαδρομή που ακολουθεί το υλικό σημείο; Αιτιολογήστε.

β) Υπολογίστε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σωματιδίου. Αυξάνεται ή μειώνεται η κινητική ενέργεια του σωματιδίου;

(30 % των μονάδων του θέματος)

Λύση

A.

1<sup>η</sup> κρούση μεταξύ 1 και 2     Διατήρηση ορμής      $mu_0 = mu_1 + mu_2$   
    Διατήρηση ενέργειας      $\frac{1}{2}mu_0^2 = \frac{1}{2}mu_1^2 + \frac{1}{2}mu_2^2$

$$\Rightarrow u_1 = 0 \text{ και } u_2 = u_0$$

Έτσι η μάζα 1 μετά την κρούση ηρεμεί.

2<sup>η</sup> κρούση μεταξύ 2 και 3     Διατήρηση ορμής      $mu_0 = mu'_2 + Mu_3$   
    Διατήρηση ενέργειας      $\frac{1}{2}mu_0^2 = \frac{1}{2}mu'_2{}^2 + \frac{1}{2}Mu_3^2$

$$\Rightarrow u_3 = 2\frac{m}{m+M}u_0 \quad \text{και} \quad u'_2 = \frac{m-M}{m+M}u_0$$

α)  $M \leq m \Rightarrow u'_2 > 0$  η 2 κινείται προς τα δεξιά με

$$u'_2 = \frac{m}{m+M}u_0 - \frac{M}{m+M}u_0 = \frac{u_3}{2} - \frac{M}{m+M}u_0 < u_3$$

οπότε δεν φθάνει ποτέ την 3  $\Rightarrow$  Δύο κρούσεις

β) Αν  $M > m$  η  $u'_2 < 0$  η 2 κινείται αριστερά με ταχύτητα  $-u'_2 = \frac{M-m}{m+M}u_0$ . Άρα η (2)

θα συγκρουστεί με την (1) που ηρεμεί μετά την πρώτη κρούση και έτσι οι 1 και 2 θα ανταλλάξουν ταχύτητες.

B.

α) Επειδή η δύναμη είναι σταθερή, είναι συντηρητική και το έργο της είναι ανεξάρτητο από τη διαδρομή

$$W = \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{F} d\vec{r} = \vec{F} \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} d\vec{r} = \vec{F}(\vec{r} - \vec{r}_0) = \vec{F}\vec{r} \text{ επειδή } \vec{r}_0 = 0$$

Άρα

$$W = (7\hat{i} - 6\hat{j})(-3\hat{i} + 4\hat{j}) = -7 \cdot 3 - 6 \cdot 4 = -45 \text{ J}$$

Το - έχει την έννοια ότι η δύναμη  $\vec{F}$  είναι αντίθετη στη μετακίνηση του υλικού σημείου που τελικά γίνεται με δαπάνη έργου

β) Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας έχουμε ότι  $\Delta T$  είναι ίση με το έργο των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα. Επομένως  $\Delta T = -45 \text{ J}$  δηλαδή η κινητική ενέργεια του σωματιδίου μειώθηκε.

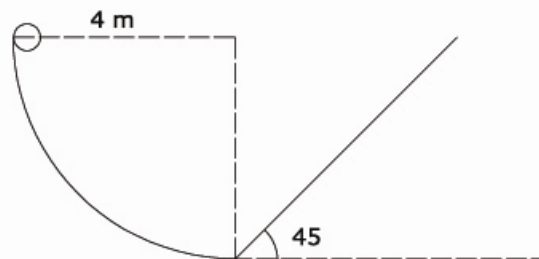
## ΘΕΜΑ 2

A) Αύλακα σχήματος τεταρτοκυκλίου ακτίνας 4m, ενώνεται ομαλά στη βάση της με επίπεδο που σχηματίζει γωνία  $45^\circ$  με τον ορίζοντα. Η αύλακα δεν έχει τριβή ενώ το επίπεδο έχει συντελεστή τριβής 0.3. Σφαιρίδιο αφήνεται να ολισθήσει από το πάνω μέρος της αύλακας.

(α) σε τι ύψος θα φτάσει το σφαιρίδιο πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο;

(β) Τι ποσοστό της κινητικής του ενέργειας θα χαθεί λόγω τριβής;

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g$ .

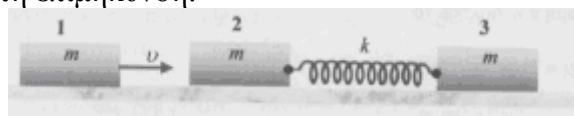


(50 % των μονάδων του θέματος)

B) Δύο σώματα με μάζα  $m$  το καθένα είναι συνδεδεμένα με ελατήριο σταθεράς  $k$  και βρίσκονται σε οριζόντιο λείο επίπεδο. Ένα άλλο σώμα με μάζα  $m$  κινείται με ταχύτητα  $v$  κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου και κάνει μετωπική ελαστική κρούση με ένα από τα δύο σώματα του ελατηρίου.

α. Αποδείξτε ότι τα δύο σώματα του ελατηρίου κινούνται συνεχώς προς την ίδια κατεύθυνση

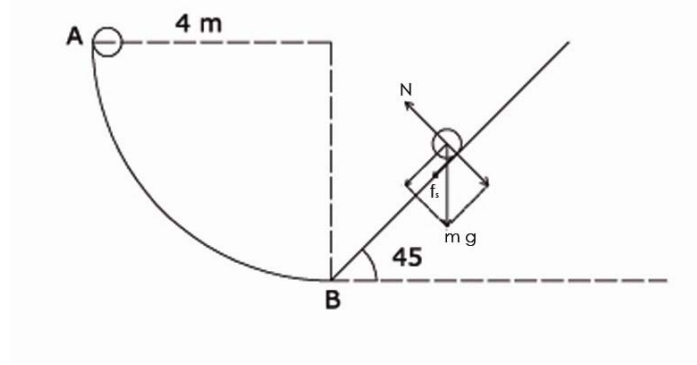
β. Υπολογίστε τις ταχύτητες των σωμάτων του ελατηρίου όταν το ελατήριο έχει τη μέγιστη δυνατή επιμήκυνση.



(50 % των μονάδων του θέματος)

Λύση:

Α.



(α) Κατά την κίνηση του σφαιριδίου από το πάνω μέρος του τεταρτοκυκλίου (σημείο Α) μέχρι το κάτω μέρος (σημείο Β) ισχύει:

$$E_{\Delta\upsilon\nu,A} = E_{Κiv,B} \rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv^2 \quad (1)$$

Συνεχίζοντας το σφαιρίδιο την κίνησή του θα ανέλθει επί του κεκλιμένου επιπέδου μέχρι ύψος  $h'$  (σημείο Γ) και μάλιστα (λόγω της υπάρχουσας τριβής) θα είναι  $h' < h$ . Τότε θα ισχύει

$$W_{\tauριβ} = E_{Μηχ,\Gamma} - E_{Μηχ,B} \quad (2)$$

όπου

$$W_{\tauριβ} = -fs = (\mu N)s = -\mu mg \cos 45^\circ s \Rightarrow$$

$$W_{\tauριβ} = -\mu mg \cos 45^\circ \frac{h'}{\sin 45^\circ} = -\frac{\mu mgh'}{\tan 45^\circ} = -\mu mgh' \quad (3)$$

$$E_{Μηχ,B} = E_{Κiv,B} + E_{\Delta\upsilon\nu,B} = \frac{1}{2}mv_B^2 + 0 \stackrel{(1)}{=} mgh \quad (4)$$

$$E_{Μηχ,\Gamma} = E_{Κiv,\Gamma} + E_{\Delta\upsilon\nu,\Gamma} = 0 + mgh' = mgh' \quad (5)$$

Με αντικατάσταση των (3), (4) και (5) στην (2) έχουμε:

$$-\mu mgh' = mgh' - mgh \Rightarrow h'(1 + \mu) = h \Rightarrow$$

$$h' = \frac{h}{1 + \mu} = \frac{h}{1 + 0.3} = \frac{4}{1.3} = 3.076m$$

(β) Από την (3) έχουμε ότι

$$E_{\tauριβ} = |W_{\tauριβ}| = \mu mgh' = \mu mg \frac{h}{1.3}$$

και

$$E_{Κiv,B} = E_{ολ} = mgh$$

από τις οποίες συνεπάγεται;

$$\frac{E_{\text{τριβ}}}{E_{\text{ολ}}} = \frac{\mu mg \frac{h}{1.3}}{mgh} = \frac{\mu}{1.3} = \frac{0.3}{1.3} = 0.23 \Rightarrow \frac{E_{\text{τριβ}}}{E_{\text{ολ}}} = 23\%$$

B.

α. όταν το σώμα (1) κάνει ελαστική κρούση με το σώμα (2), θα ακινητοποιηθεί και θα ξεκινήσει το σώμα (2) με ταχύτητα  $v$ . Η ορμή και η ενέργεια του σώματος (1) θα μεταφερθεί στο σύστημα των σωμάτων (2) και (3). Έστω  $v_2$  και  $v_3$  οι ταχύτητες των σωμάτων (2) και (3) αντίστοιχα σε κάποια χρονική στιγμή και  $x$  η επιμήκυνση του ελατηρίου. Λόγω διατήρησης της ορμής θα έχουμε

$$mv = mv_2 + mv_3 \Rightarrow v = v_2 + v_3 \quad (1)$$

Λόγω διατήρησης της μηχανικής ενέργειας έχουμε :

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}mv_3^2 + \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow mv^2 = mv_2^2 + mv_3^2 + kx^2$$

η οποία λόγω της (1) γίνεται:

$$m(v_2^2 + v_3^2 + 2v_2v_3) = mv_2^2 + mv_3^2 + kx^2 \Rightarrow 2mv_2v_3 = kx^2 \quad (3)$$

Επειδή το δεύτερο μέρος αυτής είναι θετικός αριθμός συμπεραίνουμε ότι και  $v_2, v_3 > 0$ , άρα τα σώματα (2) και (3) κινούνται συνεχώς προς την ίδια κατεύθυνση.

β. από την (3) φαίνεται ότι η επιμήκυνση μεγιστοποιείται όταν μεγιστοποιηθεί το γινόμενο  $v_2 v_3$ . Επειδή από (1)  $v = v_2 + v_3$ , το γινόμενο μεγιστοποιείται όταν

$$v_2 = v_3 = \frac{v}{2}. \text{ Πράγματι αν θεωρήσουμε τη συνάρτηση}$$

$$f(v_2, v_3) = v_2 v_3 \Rightarrow f(v_3) = (v - v_3)v_3 = v v_3 - v_3^2 \text{ τότε το πιθανό ακρότατο}$$

$$\text{είναι για } f'(v_3) = 0 \Leftrightarrow v - 2v_3 = 0 \Leftrightarrow v_3 = \frac{v}{2}. \text{ Επειδή } f''(v_3) < 0 \text{ έχουμε}$$

$$\text{μέγιστο για } v_2 = v_3 = \frac{v}{2}.$$

$$\text{Τότε η (3) δίνει } \frac{v^2}{4} = \frac{kx_{\text{max}}^2}{2m} \Rightarrow x_{\text{max}} = v \sqrt{\frac{m}{2k}}$$

### ΘΕΜΑ 3

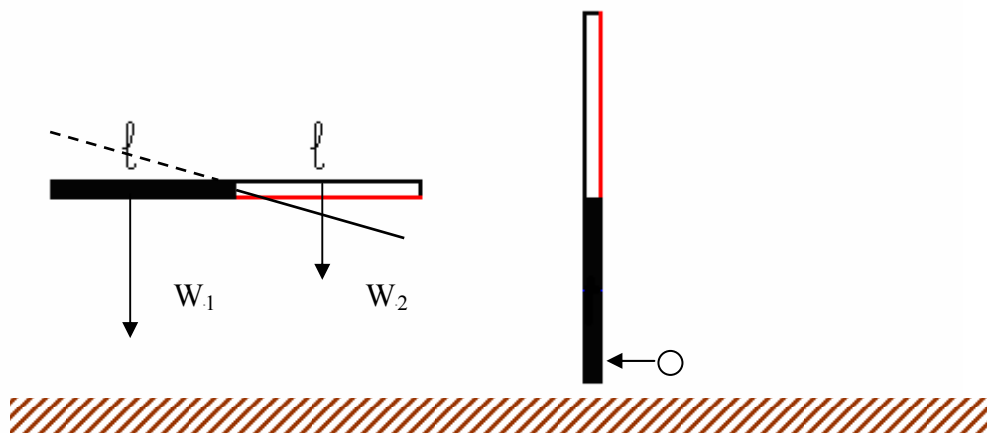
Δίδεται ράβδος μήκους  $2l=10\text{m}$ . Το μισό της τμήμα είναι μεταλλικό και έχει μάζα  $4\text{kg}$  και το άλλο μισό είναι από ξύλο και έχει μάζα  $2\text{kg}$ . Η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα που περνάει από το μέσο της (από το σημείο που ενώνονται τα δύο τμήματά της). Αρχικά η ράβδος συγκρατείται ακίνητη σε οριζόντια θέση και στη συνέχεια αφήνεται ελεύθερη να κινηθεί.

α). Να υπολογίσετε τη ροπή αδρανείας της ράβδου ως προς τον άξονα που περνάει από το μέσο της.

β) Να υπολογίσετε τη γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου τη στιγμή της εκκίνησης και όταν η ράβδος βρίσκεται σε κατακόρυφη θέση.

γ) Ποια η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου όταν είναι σε κατακόρυφη θέση;

- δ) Ποια είναι η γραμμική ταχύτητα των άκρων της;  
 ε) Ποια είναι η στροφορμή της ράβδου στη κατακόρυφη θέση;  
 στ) Τη στιγμή που βρίσκεται στη κατακόρυφη θέση προσκρούει στο κατώτερο σημείο της ράβδου κομμάτι στόκου μάζας  $m_s=0,1 \text{ kg}$  που κινείται οριζόντια προς τη ράβδο με ταχύτητα  $u=10\text{m/s}$ . Μετά τη σύγκρουση το κομμάτι στόκου προσκολλάται στη ράβδο. Να υπολογιστεί η γωνιακή ταχύτητα του συστήματος μετά τη κρούση; (Δίνεται ότι η ροπή αδρανείας ομογενούς ράβδου μήκους  $L$  και μάζας  $m$  ως προς άξονα που περνάει από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος στην ράβδο:  $(1/12)mL^2$ )



**a.**

Έστω  $I_1$  η ροπή αδρανείας του ξύλινου κομματιού και  $I_2$  η ροπή αδρανείας του μεταλλικού κομματιού ως προς τον άξονα περιστροφής. Τότε από το θεώρημα του Steiner έχουμε:

$$I_1 = (1/12) ml^2 + m (l/2)^2 = (1/12) ml^2 + m (l^2/4) = (1/3) ml^2$$

$$I_2 = (1/12) 2ml^2 + 2m (l/2)^2 = (2/3) ml^2$$

$$I = I_1 + I_2 = (1/3) ml^2 + (2/3) ml^2$$

$$\text{Άρα: } I = ml^2$$

**β.**

Εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης τη στιγμή της εκκίνησης :

$$\sum \tau = I\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow 2mg (l/2) - mg (l/2) = I\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$$

$$mg (l/2) = ml^2\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = g/2l \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = 1 \text{ rad/s}^2$$

Τη στιγμή που η ράβδος είναι στην κατακόρυφη, οι διευθύνσεις των δυνάμεων  $w_1$  και  $w_2$  διέρχονται από τον άξονα περιστροφής, άρα:

$$\Sigma \tau = I\alpha = 0 \quad \text{οπότε} \quad \alpha = 0$$

γ. Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας και θεωρώντας επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας αυτό που περνάει από το κέντρο της μάζας του μεταλλικού τμήματος όταν η ράβδος είναι σε κατακόρυφη θέση, έχουμε:

$$mg(l/2) + 2mg(l/2) = (1/2)I\omega^2 + mgl \quad \text{οπότε} \quad \omega = (g/l)^{1/2} = 2^{1/2} \text{ rad/sec.}$$

δ. Η γραμμική ταχύτητα των άκρων της:  $V = \omega l \rightarrow V = 5 \cdot 2^{1/2} \text{ m/s.}$

ε. Η στροφορμή της ράβδου είναι:  $L = I\omega = ml^2\omega = 50 \times 2^{1/2} \text{ kg.m}^2/\text{s.}$

στ. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της στροφορμής

$$(I + m_s l^2) \omega' = I\omega - m_s ul$$

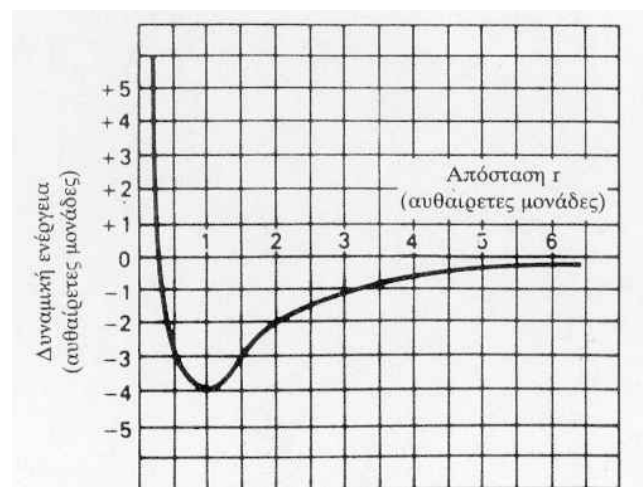
$$\omega' = \frac{I\omega - m_s ul}{I + m_s l} = 1,3 \text{ rad/s}$$

## ΘΕΜΑ 4

**A)** Να βρεθεί η έκφραση της δυναμικής ενέργειας ενός σώματος στο οποίο ασκείται δύναμη  $F = ax - bx^3$  όπου  $a = 5 \text{ N/m}$ ,  $b = 2 \text{ N/m}^3$ ,  $U(0) = 0$ . Ποιά είναι η κίνηση ενός σωματίου με ενέργεια  $E = -1 \text{ J}$  και σε ποια θέση έχει τη μέγιστη ταχύτητα;

(70 % των μονάδων του θέματος)

**B)** Το παρακάτω διάγραμμα παριστάνει τη δυναμική ενέργεια συστήματος δύο σωματιδίων ως συνάρτηση της μεταξύ τους ενδιάμεσης απόστασης  $r$ . Το ένα από τα σωματίδια παραμένει ακίνητο, ενώ το άλλο είναι ελεύθερο να κινείται κατά μήκος της ευθείας που συνδέει τα δύο σωματίδια Αν το ελεύθερο σωματίδιο αφηθεί από ηρεμία και από από  $r = 3.0$  περιγράψτε αιτιολογώντας την κίνηση που αναμένεται να κάνει. (Θα απομακρυνθεί ή θα πλησιάσει το ακίνητο σωματίδιο και σε ποιά απόσταση, θα σταματήσει;)



(30 % των μονάδων του θέματος)

Λύση

A.

$$F = -\frac{dU}{dx} = ax - bx^3 \text{ άρα } U = -\int Fdx = -\frac{ax^2}{2} + \frac{bx^4}{4} \text{ για } U(0) = 0$$

$v_{\max}$  όταν  $U_{\min}$  δηλαδή όταν

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dU}{dx} = -F = 0 \Rightarrow -ax + bx^3 = 0 \Rightarrow x(bx^2 - a) = 0 \\ \frac{d^2U}{dx^2} > 0 \Rightarrow -a + 3bx^2 > 0 \Rightarrow x^2 > \frac{a}{3b} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm \sqrt{\frac{a}{b}} \end{array} \right. \Rightarrow x = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$\text{Άρα } U_{\min} = \frac{-a^2}{4b} = -3.13 \text{ J}$$

Αφού  $E = -1 \text{ J} > U_{\min}$  και  $0 > E > U_{\min}$  θα παγιδευτεί και θα ταλαντώνεται γύρω από τη θέση όπου  $U_{\min}$ .

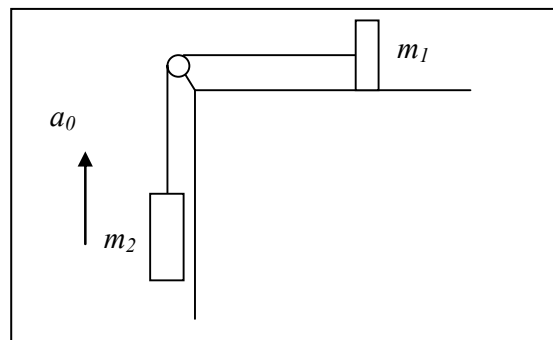
B.

Το σωματίδιο που αφήνεται σε  $r = 3$  έχει δυναμική ενέργεια 3 μονάδες πάνω από την ελάχιστη δυναμική του ενέργεια. Έτσι κινείται πλησιάζοντας το ακίνητο σωματίδιο αποκτώντας κινητική ενέργεια, ώπου φθάνει σε  $r = 1$  και συνεχίζει να πλησιάζει μετατρέποντας την κινητική του ενέργεια σε δυναμική μέχρι το  $r = 0.5$  όπου πάλι ηρεμεί αναστρέφοντας την κατεύθυνση της κινήσεώς του. Συνεχίζει έτσι να ταλαντώνεται μεταξύ  $r = 3$  και  $r = 0.5$

## ΘΕΜΑ 5

A) Το σύστημα δύο μαζών  $m_1 = 0.5 \text{ kg}$  και  $m_2 = 0.6 \text{ kg}$  που ενώνονται με αβαρές μη εκτατό νήμα τροχαλίας επιταχύνεται με επιτάχυνση μέτρου  $a_0 = 4.9 \text{ m/s}^2$  όπως φαίνεται στο σχήμα. Να βρεθεί η τάση του νήματος εάν ο συντελεστής τριβής μεταξύ της μάζας  $m_1$  και της βάσης του τραπεζιού είναι  $\mu = 0.1$ . Θεωρείστε ότι η τροχαλία έχει αμελητέα μάζα.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ .



(50% των μονάδων του θέματος)

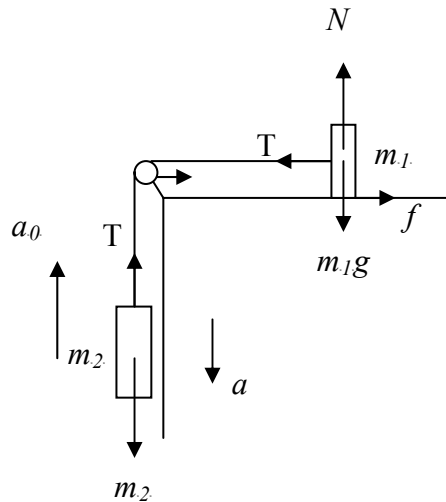
B) Ένας παρατηρητής κινείται με ταχύτητα  $\vec{v}_\pi = 2\hat{i} + 2\hat{j} \text{ m/s}$  σχετικά με σύστημα αδρανείας. Στο σύστημα αδρανείας κινείται κι ένα σωματίο με μάζα  $m = 3 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$  και ταχύτητα  $\vec{v}_\alpha = 3\hat{i} - 5\hat{j} \text{ m/s}$ . Τη χρονική στιγμή  $t=0$  το διάνυσμα θέσης του

παρατηρητή είναι  $\vec{r}_\pi(0) = 2\hat{i}$  m και του σωματιδίου  $\vec{r}_\alpha(0) = 4\hat{i} + 6\hat{j}$  m. Να βρεθεί η στροφορμή του σωματίου σχετικά με το σύστημα του παρατηρητή για  $t=0$  και  $t=5$  s. (50 % των μονάδων του θέματος)

### Λύση

A.

Θεωρούμε θετική φορά προς τα πάνω. Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στις δύο μάζες, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Εφαρμόζοντας το 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα προκύπτει:

$$N - m_1g = m_1a_0 \quad (1)$$

$$T - m_2g = m_2(a_0 - a) \quad (2)$$

$$T - f = m_1a \Rightarrow T - kN = m_1a \quad (3)$$

όπου  $a$  είναι το μέτρο της επιτάχυνσης των δύο μαζών σε σχέση με το τραπέζι.

Από την εξίσωση (1) έχουμε:

$$N = m_1a_0 + m_1g \quad (4)$$

Από τις (3) και (4) :

$$T - kN = m_1a \Rightarrow m_1a = T - k(m_1a_0 + m_1g) \Rightarrow a = (T / m_1) - k(a_0 + g) \quad (5)$$

Από τις (2) και (5) :



$$\begin{aligned}
m_2 g - T &= m_2 [(T / m_1) - k(a_0 + g) - a_0] \Rightarrow \\
m_2 T - m_1 m_2 k a_0 - m_1 m_2 k g - m_1 m_2 a_0 &= m_1 m_2 g - m_1 T \Rightarrow \\
T(m_1 + m_2) &= m_1 m_2 (k a_0 + k g + a_0 + g) \Rightarrow \\
T &= \frac{m_1 m_2 (1 + k)(a_0 + g)}{m_1 + m_2}
\end{aligned}$$

Με αριθμητική αντικατάσταση προκύπτει:

$$T = 4.41 N$$

B.

Η στροφορμή του σωματίου σε σχέση με τον παρατηρητή θα είναι

$$\vec{L}_\sigma = \vec{r}_\sigma \times (m\vec{v}_\sigma) = m\vec{r}_\sigma \times \vec{v}_\sigma$$

Αλλά  $\vec{r}_\sigma = \vec{r}_\alpha - \vec{r}_\pi$  και  $\vec{v}_\sigma = \vec{v}_\alpha - \vec{v}_\pi$

όπου  $\vec{r}_\pi$  και  $\vec{r}_\sigma$  οι θέσεις του παρατηρητή και του σωματίου αντίστοιχα σε κάποια χρονική στιγμή.

Είναι  $\vec{v}_\sigma = 3\hat{x} - 5\hat{y} - 2\hat{x} - 2\hat{y} = \hat{x} - 7\hat{y}$

Είναι

$$\vec{r}_\pi(t) - \vec{r}_\pi(0) = \int_0^t \vec{v}_\pi dt = \int_0^t (2\hat{x} + 2\hat{y}) dt = 2t\hat{x} + 2t\hat{y} \Rightarrow$$

$$\vec{r}_\pi(t) = \vec{r}_\pi(0) + 2t\hat{x} + 2t\hat{y} = 2\hat{x} + 2t\hat{x} + 2t\hat{y} = (2 + 2t)\hat{x} + 2t\hat{y} \text{ m}$$

ομοίως

$$\vec{r}_\alpha(t) - \vec{r}_\alpha(0) = \int_0^t \vec{v}_\alpha dt = \int_0^t (3\hat{x} - 5\hat{y}) dt = 3t\hat{x} - 5t\hat{y} \Rightarrow$$

$$\vec{r}_\alpha(t) = \vec{r}_\alpha(0) + 3t\hat{x} - 5t\hat{y} = 4\hat{x} + 6\hat{y} + 3t\hat{x} - 5t\hat{y} = (4 + 3t)\hat{x} + (6 - 5t)\hat{y} \text{ m}$$

Επομένως  $\vec{r}_\sigma = (2 + t)\hat{x} + (6 - 7t)\hat{y} \text{ m}$

$$\vec{L}_\sigma = m[(2 + t)\hat{x} + (6 - 7t)\hat{y}] \times (\hat{x} - 7\hat{y}) =$$

Άρα

$$m[-(2 + t)7 - (6 - 7t)]\hat{z} = m[-14 - 7t - 6 + 7t]\hat{z} = -20m\hat{z} = -0.06\hat{z} \frac{\text{kgm}^2}{\text{s}}$$

Δηλαδή είναι ανεξάρτητη του χρόνου