

Όνοματεπώνυμο _____

Τμήμα _____

Θέμα 1

1^ο Ερώτημα

Μικρή σφαίρα με μάζα $m=0.4g$ φέρει ηλεκτρικό φορτίο $q=3 \cdot 10^{-10}C$ και είναι δεμένη στο άκρο αβαρούς μονωτικού νήματος με μήκος $L=8cm$. Το άλλο άκρο του νήματος στηρίζεται σε μεγάλο κατακόρυφο επίπεδο φύλλο μονωτικού υλικού, που φέρει επιφανειακή πυκνότητα ηλεκτρικού φορτίου $\sigma = 25 \cdot 10^{-6} C/m^2$. Να βρείτε τη γωνία που σχηματίζει το νήμα με το κατακόρυφο φύλλο όταν η σφαίρα ισορροπεί.

(Απάντηση)

Στο σώμα ασκείται το βάρος της, η τάση του νήματος και η ηλεκτροστατική δύναμη λόγω του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργεί το άπειρο φύλλο.

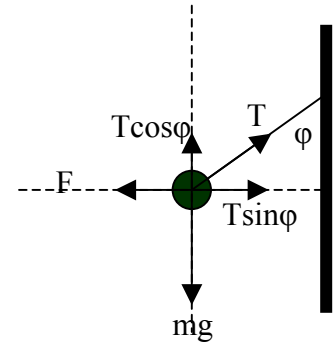
Αφού η σφαίρα ισορροπεί θα πρέπει να ισχύει:

$F = T \sin \phi$ και $mg = T \cos \phi$. Διαιρώντας τις δύο σχέσεις κατά μέλη έχουμε:

$$\tan \phi = \frac{F}{mg} = \frac{qE}{mg} \text{ όπου } E \text{ το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργεί το φύλλο.}$$

Γνωρίζουμε ότι $E=\sigma/2\epsilon_0$ οπότε βρίσκουμε ότι

$$\tan \phi = \frac{q\sigma}{2\epsilon_0 mg} = \frac{3 \cdot 10^{-10} C \cdot 25 \cdot 10^{-6} Cm^{-2}}{2 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} C^2 N^{-1} m^{-2} \cdot 4 \cdot 10^{-4} kg \cdot 10ms^{-2}} = 0.106 \Rightarrow \phi = 6.05^\circ$$

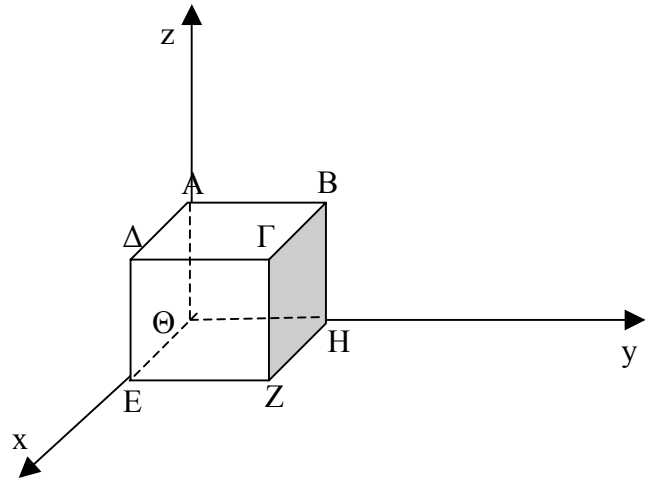


2^ο Ερώτημα

Κύβος πλευράς $a = 0.3 m$ τοποθετείται σε ηλεκτρικό πεδίο με τη μία του πλευρά να εφάπτεται στο επίπεδο $x-z$ όπως φαίνεται στο σχήμα. Εάν η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου \vec{E} δίνεται από τη σχέση :

$$\vec{E}(x, y, z) = 2 \frac{N}{C m} \cdot y \cdot \hat{j} \text{ (} y \text{ σε m), όπου } \hat{j} \text{ το}$$

μοναδιαίο στον άξονα y , να υπολογιστεί η ηλεκτρική ροή που διαπερνά την επιφάνεια του κύβου. Επίσης να βρεθεί το φορτίο που περικλείεται στον κύβο.



(Απάντηση)

Η ηλεκτρική ροή θα είναι το άθροισμα των ηλεκτρικών ροών κάθε πλευράς του κύβου.

Δηλαδή: $\Phi = \Phi_{\Delta\Lambda\epsilon\Theta} + \Phi_{\epsilon\Gamma\zeta\eta} + \Phi_{\zeta\eta\theta\delta} + \Phi_{\theta\delta\alpha\beta} + \Phi_{\alpha\beta\gamma\delta} + \Phi_{\Theta\epsilon\zeta\eta}$ Από αυτές μόνο οι $\Phi_{\Delta\Lambda\epsilon\Theta}$ και $\Phi_{\zeta\eta\theta\delta}$ είναι

διάφορες του μηδέν

Είναι όμως $\Phi_{\Delta\Delta\epsilon\Theta} = \vec{E}\vec{S} = 0$ γιατί έχουμε $y=0$ και επομένως το ηλεκτρικό πεδίο είναι μηδέν σε κάθε σημείο της πλευράς αυτής.

Για την πλευρά ΓΖΗΒ είναι $y=0.3\text{m}$ επομένως, $\Phi_{\Gamma\text{Z}\text{H}\text{B}} = \vec{E}\vec{S} = 2 \cdot 0.3 \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot 0.9\text{m}^2 = 0.54 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}}$

Επομένως η ολική ροή είναι $\Phi_{\text{ολ}} = 0.54 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}}$

Το φορτίο βρίσκεται από τη σχέση

$$\Phi_{\text{ολ}} = \frac{Q}{\epsilon_0} \Leftrightarrow Q = \Phi_{\text{ολ}} \cdot \epsilon_0 = 0.54 \text{Nm}^2 \text{C}^{-1} \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \text{C}^2 \text{N}^{-1} \text{m}^{-2} = 4.8 \cdot 10^{-12} \text{C}$$

Θέμα 2

1^ο Ερώτημα

Ένα σωματίο έχει μάζα $3.34 \times 10^{-27} \text{ kg}$ και φορτίο $q=1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$. Το σωματίο κινείται σε κυκλική τροχιά με ταχύτητα $v=20 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ μέσα σε μαγνητικό πεδίο μέτρου 1.5 T .

(α) Βρείτε την ακτίνα της κυκλικής τροχιάς του σωματίου.

(β) Βρείτε το χρόνο που απαιτείται για να διανύσει μισό κύκλο.

(γ) Μέσα από ποια διαφορά δυναμικού θα πρέπει να επιταχυνθεί το σωματίο για να αποκτήσει την ταχύτητα αυτή;

Αγνοείστε την επίδραση του βαρυτικού πεδίου.

(Απάντηση)

α) Το σωματίο κινείται σε κυκλική τροχιά λόγω της δύναμης Lorentz η οποία παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμews. Επομένως έχουμε:

$$qvB = \frac{mv^2}{R} \Leftrightarrow R = \frac{m}{qB} v = \frac{3.34 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1.5 \text{ T}} 20 \cdot 10^5 \text{ ms}^{-1} = 0.028 \text{ m}$$

β) Ο χρόνος είναι ίσος με το μισό της περιόδου. Η περίοδος είναι $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2 \cdot 3.14 \cdot 0.028 \text{ m}}{20 \cdot 10^5 \text{ ms}^{-1}} = 88 \text{ ns}$

Επομένως $t=44 \text{ ns}$

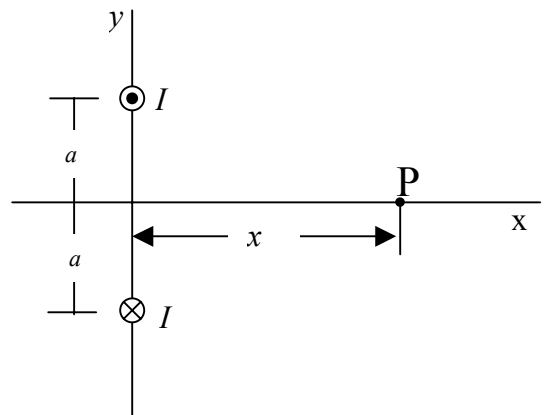
γ) Λόγω του δυναμικού το σωματίο θα αποκτήσει κινητική ενέργεια

$$\frac{1}{2} mv^2 = qV \Leftrightarrow V = \frac{mv^2}{2q} = \frac{3.34 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 400 \cdot 10^{10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}}{2 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 41.6 \text{ kV}$$

2^ο Ερώτημα

Το σχήμα δείχνει δυο παράλληλα σύρματα μεγάλου μήκους κάθετα στη σελίδα (επίπεδο xy), που διαρρέονται από ίσα ρεύματα I με αντίθετες φορές.

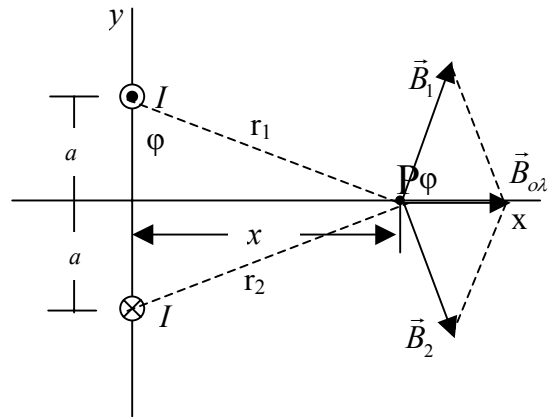
(α) Σχεδιάστε τα διανύσματα του μαγνητικού πεδίου \vec{B} που δημιουργεί το κάθε σύρμα και το ολικό μαγνητικό πεδίο στο σημείο P .



- (β) Βρείτε μια έκφραση για το μέτρο του ολικού μαγνητικού πεδίου \vec{B} σε κάθε σημείο του άξονα x , συναρτήσει της συντεταγμένης x του σημείου αυτού. Ποια είναι η κατεύθυνση του \vec{B} ;
 (γ) Αποδώστε σε καμπύλη την εξάρτηση του μέτρου του \vec{B} από το x .
 (δ) Για ποια τιμή του x μεγιστοποιείται το μέτρο του \vec{B} ;

(Απάντηση)

α) Το επάνω και κάτω ρεύμα I δημιουργούν στο P πεδία \vec{B}_1 και \vec{B}_2 κάθετα στις ακτίνες r_1 και r_2 αντίστοιχα. Το ολικό $\vec{B}_{ολ}$ είναι η διαγώνιος του ρόμβου, παράλληλη στον x , όπως φαίνεται στο σχήμα.



β) Οι συνιστώσες y της \vec{B}_1 και \vec{B}_2 αλληλοαναιρούνται. Οι συνιστώσες x είναι ίσες και δίνουν το $\vec{B}_{ολ}$ κατά τη διεύθυνση x . Έχουμε

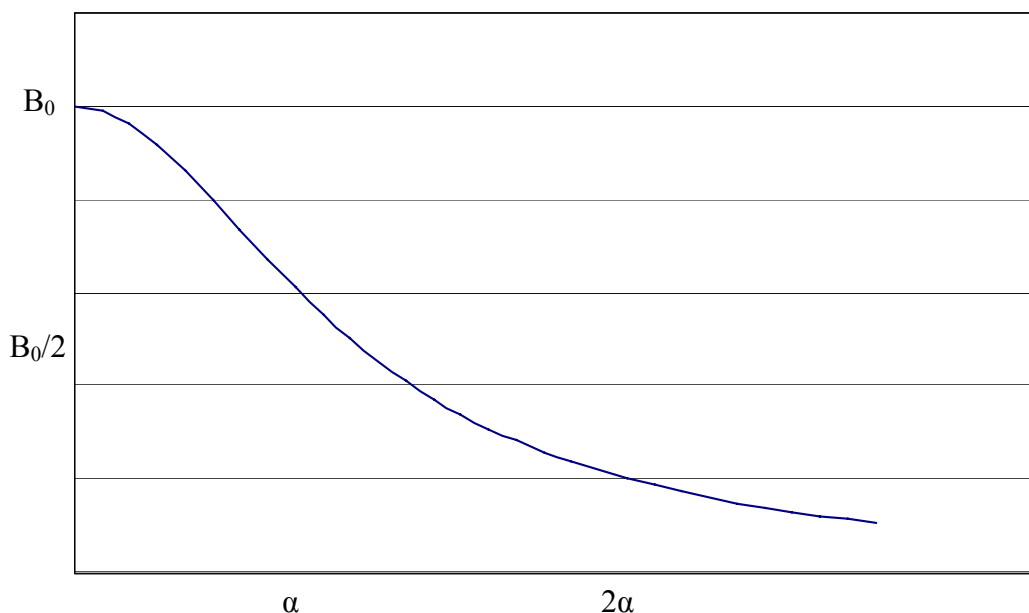
$$B_{ολ} = 2B_1 \cos \phi = 2B_1 \frac{a}{r_1} \quad (1) \quad \text{όπου} \quad r_1 = (x^2 + a^2)^{1/2} \quad \text{και}$$

$$B_1 = \mu_0 \frac{I}{2\pi r_1}$$

$$\text{Τελικά} \quad B_{ολ} = \frac{\mu_0 I a}{\pi(x^2 + a^2)} \quad (2)$$

γ) Με $x=0$ η (2) δίνει $B_{ολ} = \frac{\mu_0 I}{\pi a}$, και αν ορίσουμε $B_0 = \frac{\mu_0 I}{\pi a}$ η (2) ξαναγράφεται με τη μορφή

$$B_{ολ} = B_0 \frac{a^2}{x^2 + a^2} \quad (3) \quad \text{Η μορφή της καμπύλης φαίνεται στο διπλανό σχήμα.}$$



δ) Η μέγιστη τιμή είναι για $x=0$ ίση με τη B_0

Σημείωση

Όπου σας χρειαστεί θεωρείστε γνωστά τα παρακάτω:

$g=10\text{m/s}^2$	q_e (φορτίο ηλεκτρονίου) = $-1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$
$\epsilon_0=8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$	q_p (φορτίο πρωτονίου) = $1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$
$k_{\eta\lambda}=1/4\pi\epsilon_0=9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}$	m_p (μάζα πρωτονίου) = $1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$
$\mu_0=4\pi \times 10^{-7} \text{ Wb/Am}$	m_e (μάζα ηλεκτρονίου) = $9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$

Να απαντηθούν και τα 2 πλήρη θέματα. Τα θέματα είναι βαθμολογικά ισοδύναμα ενώ τα ερωτήματα των θεμάτων έχουν ίση συνεισφορά στην βαθμολογία του κάθε θέματος. Υπενθυμίζεται ότι θα πρέπει να συμπληρώσετε το βαθμό 5 σε κάθε εξέταση και ότι ο συνολικός σας βαθμός των γραπτών εξετάσεων θα είναι $0.5 \times (\text{βαθμός Μηχανικής}) + 0.3 \times (\text{βαθμός στα Μαθηματικά}) + 0.2 \times (\text{βαθμός στον Ηλεκτρομαγνητισμό})$.

Καλή Επιτυχία