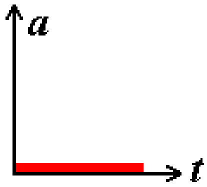
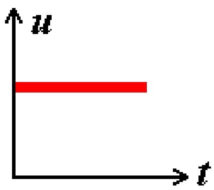
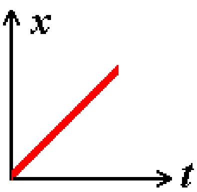
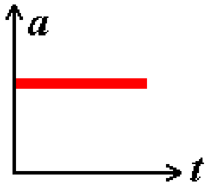
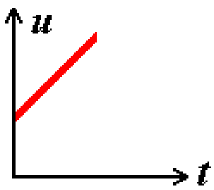
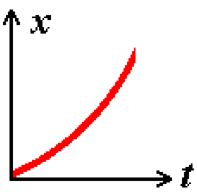
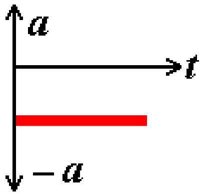
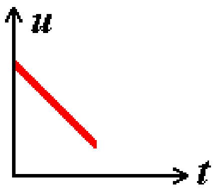
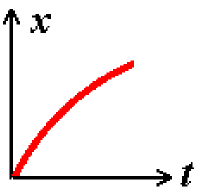
ΜΑΡΤΙΟΣ 2004

1Η ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ ΕΞΑΣΚΗΣΗΣ

1. Να συμπληρωθούν με διαγράμματα οι παρακάτω κενοί πίνακες

Είδος κίνησης	εξισώσεις	Διαγράμματα		
		$a=f(t)$	$u=f(t)$	$x=f(t)$
Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση	$u=σταθ$ $x=u\cdot t$			
Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση	$a=σταθ>0$ $u=u_0+a\cdot t$ $\Delta x=u_0 t+\frac{1}{2}at^2$			
Ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση	$a=σταθ<0$ $u=u_0-a\cdot t$ $\Delta x=u_0 t-\frac{1}{2}at^2$			

2. Υπό ποιες προϋποθέσεις η μέση ταχύτητα είναι ίση προς τη στιγμιαία ταχύτητα;

<u>Λύση:</u> Η μέση ταχύτητα ορίζεται ως $\overline{v}_\mu=\frac{s}{t}$ όπου s είναι το διάστημα που διανύει το κινητό και t το χρονικό διάστημα μέσα στο οποίο διανύει το κινητό το διάστημα s. Η στιγμιαία ταχύτητα ορίζεται από την σχέση $v_\sigma=\frac{dx}{dt}$ από την οποία προκύπτει ότι $s=\int_0^t v_\sigma dt=v_\mu t$. Από την σχέση αυτή προκύπτει ότι $v_\mu=v_\sigma$ μόνο όταν v_σ=σταθερό, δηλαδή το σώμα να κινείται ευθύγραμμα και ισοταχώς.

3. Τρένο κινείται για απόσταση 50Km με ταχύτητα 60Km/h. Μετά συνεχίζει την πορεία του, προς την ίδια διεύθυνση, για άλλα 50Km με ταχύτητα 110Km/h. Ποια είναι η μέση ταχύτητα του τρένου στη διάρκεια της διαδρομής των 100Km;

<u>Λύση:</u> Η μέση ταχύτητα δίνεται από τη σχέση $u_\mu=\frac{s_{ολικο}}{t_{ολικο}}=\frac{s_1+s_2}{t_1+t_2}$, όπου $t_1=\frac{s_1}{u_1}$ και $t_2=\frac{s_2}{u_2}$. Επειδή $s_1=s_2=s$ προκύπτει ότι $u_\mu=\frac{2s}{\frac{s}{u_1}+\frac{s}{u_2}}=\frac{2u_1\cdot u_2}{u_1+u_2}=\frac{2\cdot 60\text{Km/h}\cdot 110\text{Km/h}}{60\text{Km/h}+110\text{Km/h}}=77.64\text{Km/h}$.

4. Μία σφαίρα εκτοξεύεται οριζόντια από ύψος 20m και χτυπά στο έδαφος με ταχύτητα τριπλάσια από την αρχική της. Ποια ήταν η αρχική ταχύτητα της σφαίρας; (Υποθέστε ότι $g=10m/s^2$).

<u>Λύση</u>: Η σφαίρα θα εκτελέσει καμπύλη τροχιά με συνιστώσες ταχύτητας $u_x=u_0$ και $u_y=-g\cdot t$. Το μέτρο της τελικής ταχύτητας στο έδαφος θα είναι $u=\sqrt{u_x^2+u_y^2}$. Από τις σχέσεις $u_y=-g\cdot t$, $y=-½g\cdot t^2$

και με απαλοιφή του *t* προκύπτει ότι $u_y = \sqrt{2g \cdot y}$. Αν αντικαταστήσουμε στην πρώτη σχέση έχουμε $u = \sqrt{u_0^2 + 2g \cdot y}$. Σύμφωνα με την εκφώνηση της άσκησης έχουμε ότι u=3u_0, οπότε $3u_0 = \sqrt{u_0^2 + 2g \cdot y} \to u_0 = \frac{\sqrt{g \cdot y}}{2} \to u_0 = \frac{\sqrt{10(\mathrm{m/s^2}) \cdot 20\,\mathrm{m}}}{2} = 7.07\,\mathrm{m/s}$.

5. Χιονόμπαλα κυλά από την στέγη αποθήκης που έχει κλίση προς τα κάτω γωνίας 40^o. Το χείλος της οροφής είναι 14,0 m πάνω από το έδαφος και η χιονόμπαλα έχει ταχύτητα 7,0 m/s καθώς αφήνει την στέγη. α) Πόσο μακριά από την πλευρά της οροφής κτυπά η χιονόμπαλα το έδαφος, αν δεν συναντήσει τίποτε άλλο κατά την πτώση της; β) Ένας άνδρας ύψους 1,9 m στέκεται σε απόσταση 4,0 m από την αποθήκη. Θα κτυπηθεί ο άνθρωπος από την χιονόμπαλα;

Λύση: Σύμφωνα με την άσκηση έχουμε ένα πρόβλημα βολής με γωνία 40^o και v_0=7m/s. Επομένως, η θέση της χιονόμπαλας προσδιορίζεται κάθε χρονική στιγμή από τις σχέσεις:

$$y = h - v_0 t \sin 40^o - \frac{1}{2}gt^2 = 14 - 4.5t - 4.905t^2 \qquad (1)$$

$$x = v_0 t \cos 40^o = 5.36t \qquad (2)$$

Όταν η χιονόμπαλα κτυπά το έδαφος $y = 0$. Με τα δεδομένα της άσκησης καταλήγουμε από τη σχέση (1) στην εξίσωση: $t^2 + 0,918t - 2,854 = 0$, από την οποία προκύπτει η θετική ρίζα $\underline{t = 1,292\,\mathrm{s}}$. Αντικαθιστούμε την τιμή αυτή στη σχέση (2) που δίνει την οριζόντια μετατόπιση προκύπτει $\underline{x = 6,925\,\mathrm{m}}$. Τώρα, θα πρέπει να υπολογίσουμε την απόσταση της χιονόμπαλας για οριζόντια μετατόπιση 4m. Επομένως θα έχουμε $t = \frac{x}{v_0 \cos 40^o}$, από την οποία προκύπτει $t = 0,746\,\mathrm{s}$. Αντικαθιστούμε την τιμή αυτή στη σχέση (1) που δίνει τη *y* συντεταγμένη προκύπτει $\underline{y = 7,913\,\mathrm{m}}$. Επομένως, η χιονόμπαλα δε θα χτυπήσει τον άνθρωπο.

6. Μια υπερταχεία αυτοκινητάμαξα κινείται σε μεγάλο ευθύγραμμο τμήμα των σιδηροτροχιών με ταχύτητα 100 Km/h. Ξαφνικά, ο μηχανοδηγός βλέπει σε απόσταση 200m ένα άλλο τρένο να κινείται στις ίδιες σιδηροτροχιές και προς την ίδια διεύθυνση με ταχύτητα 50 Km/h. Ο μηχανοδηγός φρενάρει αμέσως. Ποια θα πρέπει να είναι η ελάχιστη σταθερή επιβράδυνση για να μην υπάρξει σύγκρουση;

Λύση: Ας υποθέσουμε ότι τα τρένα θα συγκρουσθούν μετά από χρόνο *t*. Τότε, το πρώτο τρένο θα έχει διανύσει απόσταση $x_1 = u_{x1} \cdot t - \frac{1}{2}a_x \cdot t^2$ και το δεύτερο $x_2 = u_{x2} \cdot t$. Αν η αρχική απόσταση ήταν $x = 200\mathrm{m}$, τότε $x_1 = x + x_2 \to u_{x1} \cdot t - \frac{1}{2}a_x \cdot t^2 = x + u_{x2} \cdot t \to \frac{1}{2}a_x \cdot t^2 + (u_{x2} - u_{x1}) \cdot t + x = 0$.

Για να μη συγκρουσθούν τα τρένα, θα πρέπει η δευτεροβάθμια εξίσωση να μην έχει πραγματικές ρίζες, δηλαδή Δ<0. Δηλαδή, $(u_{x2} - u_{x1})^2 - 4\left(\frac{1}{2}a_x \cdot x\right) < 0 \to \quad a_x > \frac{(u_{x2} - u_{x1})^2}{2x} = \frac{(100\mathrm{Km/h\text{-}50Km/h})^2}{0.4\mathrm{Km}} =$

$= 6250\mathrm{Km/h^2} \to a_x > 0.48\mathrm{m/s^2}$.

Εναλλακτική λύση: για να μη συγκρουστούν τα τρένα θα πρέπει η υπερταχεία αυτοκινητάμαξα να αποκτήσει τουλάχιστον την ίδια ταχύτητα με το δεύτερο τρένο, ήτοι $u_1 = u_{1,0} - a \cdot t \to 50\frac{1000\,\mathrm{m}}{3600\,\mathrm{s}} = 100\frac{1000\,\mathrm{m}}{3600\,\mathrm{s}} - a \cdot t \to \ a \cdot t = 13.88\,\mathrm{m/s}$.

Το δεύτερο τρένο, τη στιγμή που το πρώτο θα έχει αποκτήσει ίδια ταχύτητα με αυτό, θα έχει διανύσει απόσταση (σε μέτρα) $s = 50\frac{1000}{3000} \cdot t = 13.88 \cdot t$, ενώ το πρώτο αντίστοιχη απόσταση (σε μέτρα) : $s + 200 = 100\frac{1000}{3600} \cdot t - \frac{1}{2} a \cdot t^2 \to 13.88 \cdot t + 200 = 27.78 \cdot t - \frac{13.88}{2} \cdot t^2 \to \quad t = 28.74\,\mathrm{s}$. Τελικά προκύπτει $a = \frac{13.88\,\mathrm{m/s}}{28.74\,\mathrm{s}} = 0.48\,\mathrm{m/s^2}$.

7. Ένα ιδιωτικό όχημα κινείται στην εθνική οδό με σταθερή ταχύτητα u_0 =80Km/h και κρατά απόσταση ασφάλειας 40m από μια προπορευόμενη νταλίκα μήκους 25m. Όταν ο οδηγός του ιδιωτικού οχήματος εισέρχεται σε μια ευθεία μήκους 300m αποφασίζει να προσπεράσει και επιταχύνει με a=1.3m/s^2 μέχρι το όχημα να αποκτήσει ταχύτητα u_1=100Km/h. Θα κατορθώσει να προσπεράσει την νταλίκα μέχρι το τέλος της ευθείας και να κρατήσει πάλι την ίδια απόσταση ασφαλείας;

<u>Λύση:</u> από την ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση προκύπτει ότι u_1=u_0+at_1 και επομένως ο διαρρεύσας χρόνος επιτάχυνσης είναι: $t_1 = \dfrac{(100-80)\dfrac{1000\,\mathrm{m}}{3600\,\mathrm{s}}}{1.3\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 4.27\ \mathrm{s}$ (1)

Μετά το χρόνο αυτό το όχημα τρέχει με σταθερή ταχύτητα και για χρόνο t_2 μέχρι να ολοκληρώσει την προσπέραση. Η συνολική διαδρομή προσπέρασης του οχήματος είναι:

$s_1 = u_0 t_1 + \frac{1}{2} a t_1^2 + u_1 t_2$. (2)

Στον ίδιο συνολικό χρόνο αντιστοιχεί και η απόσταση:

s_2=[40m+25m+40m]+$u_0(t_1 + t_2)$ (3)

όπου το μέγεθος $u_0(t_1 + t_2)$ δίνει τη διαδρομή που διένυσε η νταλίκα.

Θα πρέπει s_1=s_2 δηλαδή,

$$\frac{1}{2} a t_1^2 + u_1 t_2 = 105 + u_o t_2 \Rightarrow \ t_2 = \frac{105\,\mathrm{m} - \dfrac{1.3\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot (4.27)^2\,\mathrm{s}^2}{2}}{(100-80)\dfrac{1000\,\mathrm{m}}{3600\,\mathrm{s}}} = 16.77\ \mathrm{s}. \qquad (4)$$

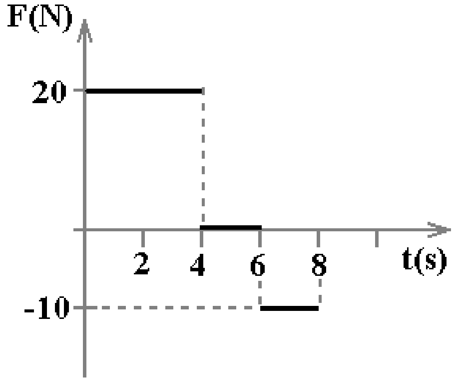
Από τις σχέσεις (1) και (4) προκύπτει ότι ο χρόνος της συνολικής προσπέρασης είναι $t = t_1 + t_2$=21.04 s. Το μήκος της συνολικής προσπέρασης προκύπτει από τη σχέση (2):

$$s = 80\frac{1000\,\mathrm{m}}{3600\,\mathrm{s}} \cdot 4.27\,\mathrm{s} + \frac{1.3\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}(4.27)^2\,\mathrm{s}^2}{2} + 100\frac{1000\,\mathrm{m}}{3600\,\mathrm{s}} \cdot 16.77\,\mathrm{s} = 94.89\mathrm{m} + 11.85\mathrm{m} + 465.83\mathrm{m} = 572.6\mathrm{m}.$$

Επομένως ο οδηγός δε θα τα καταφέρει να προσπεράσει την νταλίκα κατά μήκος της ευθείας.

8. Σώμα μάζας m=2Kg αρχικά ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη, που η αλγεβρική της τιμή μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με το διάγραμμα. Να μελετηθεί α) η κίνηση του σώματος, β) να γίνει το διάγραμμα της αλγεβρικής τιμής της ταχύτητας σαν συνάρτηση του χρόνου και γ) να υπολογιστεί το συνολικό διάστημα, που διέτρεξε το σώμα.

Λύση:

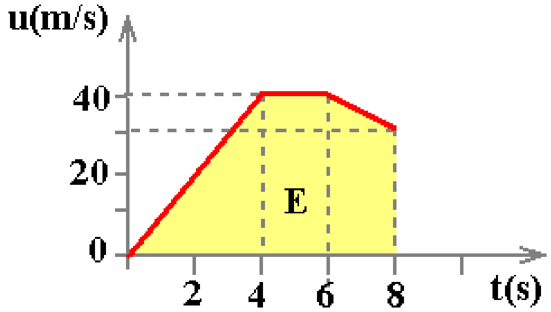


Για χρονικό διάστημα 0–4s η $F_{ολ}=F=20\text{N}$ παραμένει σταθερά και επομένως από το $2^{ο}$ νόμο του Νεύτωνα προκύπτει $a=\frac{F}{m}=\frac{20\,\text{N}}{2\,\text{Kg}}=10\,\text{m/s}^2$.

Επειδή $a=\frac{\text{d}u}{\text{d}t}=\frac{u_4-u_0}{\text{d}t}\rightarrow u_4=+40\,\text{m/s}$.

Για χρονικό διάστημα 4–6s η $F_{ολ}=0\text{N}$, το σώμα θα κινείται με σταθερή ταχύτητα και επομένως από το $2^{ο}$ νόμο του Νεύτωνα προκύπτει $a=\frac{F}{m}=\frac{0\,\text{N}}{2\,\text{Kg}}=0\,\text{m/s}^2$, οπότε $\mathbf{u}=σταθ$, δηλαδή $u_6=u_4=+40\,\text{m/s}$.

Για χρονικό διάστημα 6–8s η $F_{ολ}=F=-10\text{N}$. Προκύπτει ομοίως $a'=\frac{F}{m}=\frac{-10\,\text{N}}{2\,\text{Kg}}=-5\,\text{m/s}^2$ (το σώμα επιβραδύνεται) , οπότε $a'=\frac{u_8-u_6}{\text{d}t}\rightarrow u_8=+30\,\text{m/s}$.



β) βλέπε διάγραμμα.

γ)

$$s_{ολ}=\text{Εμβαδον Ε}=\frac{1}{2}4\cdot 40+2\cdot 40+\frac{40+30}{2}\cdot 2=230\,\text{m}.$$

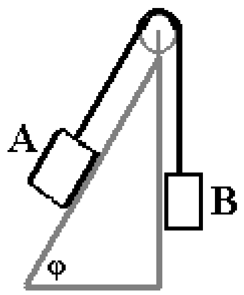
9. Άνθρωπος ανεβαίνει σε σκοινί, το οποίο είναι κρεμασμένο σε δένδρο. Αν το βάρος του ανθρώπου είναι 600N και το όριο αντοχής του σκοινιού 900N, σε ποια περίπτωση θα κοπεί το σκοινί. (Δίνεται g=10m/s^2).

Λύση:

Υποθέτουμε ότι ο άνθρωπος ανεβαίνει με σταθερή επιτάχυνση **α**. Επ' αυτού ασκούνται η βαρυτική δύναμη $\mathbf{F_g}$ και η δύναμη **F**, που ασκεί το σκοινί στον άνθρωπο. Εφαρμόζοντας το $2^{ο}$ νόμο του Νεύτωνα προκύπτει $\sum\mathbf{F}=m\boldsymbol{α}\rightarrow F-F_g=ma\rightarrow F=F_g+ma$. Η δύναμη **F** ισούται με την τάση **T** του σκοινιού. Το σκοινί κόβεται όταν η τάση **T** γίνει ίση με την τάση θραύσης $\mathbf{T}_{ορ}$, δηλαδή το σκοινί θα κοπεί όταν $T=T_{ορ}$ ή $F=T_{ορ}\rightarrow T_{ορ}=F_g+ma$ ή $a=\frac{T_{ορ}-F_g}{m}=\frac{T_{ορ}-F_g}{F_g/g}=\frac{900-600}{600/10}=5\,\text{m/s}^2$.

Άρα το σκοινί θα κοπεί όταν ο άνθρωπος ανεβαίνει με επιτάχυνση μεγαλύτερη ή ίση από 5m/s^2.

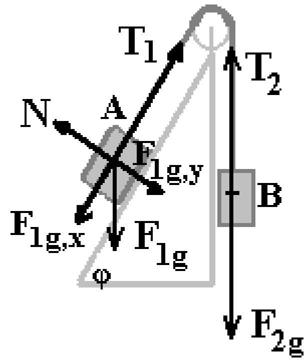
10. Σώμα Α συνδέεται με νήμα, μέσω τροχαλίας, με σώμα Β (βλέπε σχήμα). Το σώμα Α μάζας m_1=4Kg κινείται χωρίς τριβές πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης φ=60°. Το σώμα Β έχει μάζα m_2=2Kg. Θεωρούμε ότι το νήμα είναι αβαρές και κινείται χωρίς τριβές στο αυλάκι της τροχαλίας. Αν αφήσουμε τα σώματα ελεύθερα να κινηθούν, να υπολογισθεί α) η επιτάχυνσή τους και β) η τάση του νήματος. (Δίνεται g=10m/s^2).



<u>Λύση</u>:

α) Τη στιγμή που τα σώματα αφήνονται ελεύθερα, στο σώμα Α ασκούνται η βαρυτική δύναμη $\mathbf{F_{1g}}$, η τάση του νήματος $\mathbf{T_1}$ και η δύναμη **N** από το κεκλιμένο επίπεδο.

Στο σώμα Β ασκείται η βαρυτική δύναμη $\mathbf{F_{2g}}$ και η τάση του νήματος $\mathbf{T_2}$.



Ισχύουν οι σχέσεις:

$F_{1g,x} = m_1 g \sin\phi = 4 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 34.64\,\text{N}$ και $F_{1g,y} = m_1 g \cos\phi = 4 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} = 20\,\text{N}$.

Επειδή $F_{1g,x} = 34.64\,\text{N} > F_{2g} = 20\,\text{N}$, το σώμα Α θα κινηθεί προς τα κάτω και το σώμα Β κατακόρυφα προς τα άνω. Οι κινήσεις θα είναι ομαλά επιταχυνόμενες με επιταχύνσεις ίσου μέτρου α.

<u>Για το σώμα Α</u> ισχύουν οι σχέσεις : $\sum \mathbf{F_{1g,x}} = m_1 \mathbf{\alpha} \rightarrow F_{1g} - T_1 = m_1 a$ ή

$m_1 g \sin\phi - T_1 = m_1 \alpha$. (1)

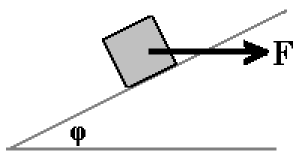
<u>Για το σώμα Β</u> ισχύουν οι σχέσεις : $\sum \mathbf{F_{2g}} = m_2 \mathbf{\alpha} \rightarrow T_2 - F_{2g} = m_2 a$ ή $T_2 - m_2 g = m_2 a$. (2)

Το νήμα είναι αβαρές (T_1=T_2). Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει $m_1 g \sin\phi - m_2 g = (m_1 + m_2)\alpha$ ή

$\alpha = \frac{(m_1 \sin\phi - m_2) g}{(m_1 + m_2)} = \frac{(4 \cdot 0.866 - 2) \cdot 10}{4 + 2} = 2.44\,\text{m/s}^2$.

β) Η τάση του νήματος υπολογίζεται από τη σχέση (2) $T_2 = m_2 (g + a) = 2(10 + 2.44) = 24.88\,\text{N}$.

11. Τί επιτάχυνση πρέπει να έχει ένα σώμα μάζας *m*=2Kg, όταν η οριζοντίως εφαρμοζόμενη δύναμη έχει μέτρο *F*=40N (βλέπε σχήμα). (Δίνεται *g*=10m/s^2, φ=45° . Θεωρούμε ότι δεν υπάρχουν τριβές).

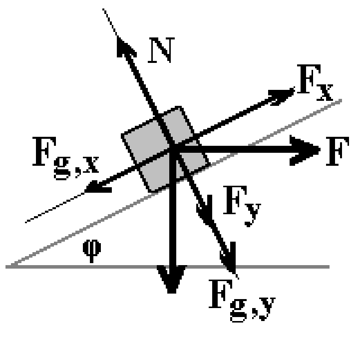


<u>Λύση:</u> Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα είναι $\mathbf{F_g}$, **F**, **N**. Αναλύουμε τις δυνάμεις σε ένα ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων:

$F_{g,x} = mg \sin\phi = 2 \cdot 10 \cdot 0.707 = 14.14\,\text{N}$ και

$F_{g,y} = mg \cos\phi = 2 \cdot 10 \cdot 0.707 = 14.14\,\text{N}$.

$F_x = F \cos\phi = 40 \cdot 0.707 = 28.28\,\text{N}$ και $F_y = F \sin\phi = 40 \cdot 0.707 = 28.28\,\text{N}$.



<u>Κατά τον άξονα yy΄</u> το σώμα δεν κινείται, επομένως

$\sum \mathbf{F_y} = 0 \rightarrow N - F_y - F_{g,y} = 0$

$\rightarrow N = F_y + F_{g,y} = 14.14 + 28.28 = 42.42\,\text{N}$.

<u>Κατά τον άξονα xx΄</u>, επειδή F_x>$F_{g,x}$ το σώμα επιταχύνεται με μέτρο ίσο προς $a = \frac{\sum F_x}{m} = \frac{F_x - F_{g,x}}{m} = \frac{28.28 - 14.14}{2} = 7.07\,\text{N}$.

12. Στέκεστε πάνω σε μια ζυγαριά ελατηρίου και μετράτε το βάρος σας. Αν η ζυγαριά βρίσκεται μέσα σε έναν κινούμενο ανελκυστήρα , που επιταχύνεται (a) προς τα πάνω, (b) προς τα κάτω, τι ενδείξεις θα είχατε στη ζυγαριά. Στην υποθετική περίπτωση, που το σκοινί του ανελκυστήρα θα κοβόταν, τι ένδειξη θα βλέπατε στη ζυγαριά; Δικαιολογείστε τα συμπεράσματά σας.

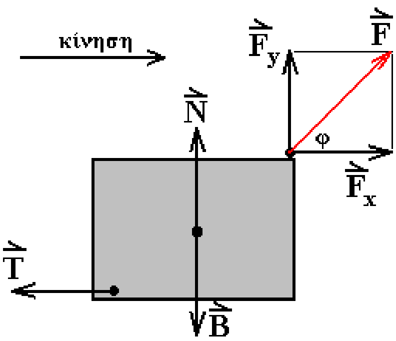
Λύση: Η αίσθηση του βάρους είναι ίση με τη δύναμη, με την οποία ένα σώμα πιέζει το δάπεδο, που το στηρίζει. Αν το δάπεδο επιταχύνεται προς τα πάνω ή προς τα κάτω, τότε η αίσθηση του βάρους του σώματος μεταβάλλεται.

1η περίπτωση: όταν στεκόμαστε σε μια ζυγαριά ελατηρίου, μετράμε τη δύναμη, με την οποία η Γη μας έλκει. Επειδή σε τελική ανάλυση η βαρυτική δύναμη ισούται με το βάρος του σώματος, φαινομενικά αυτό που μετράμε με τη ζυγαριά είναι το βάρος μας. (Το ίδιο θα μπορούσε να συμβεί αν η ζυγαριά βρισκόταν μέσα σε ανελκυστήρα, που κινιόταν ισοταχώς).

2η και 3η περίπτωση: όταν στεκόμαστε στην ίδια ζυγαριά, που βρίσκεται μέσα σε ανελκυστήρα, τότε η ένδειξη της ζυγαριάς μεταβάλλεται. Οι εξωτερικές δυνάμεις που δρουν πάνω στο σώμα είναι το "βάρος" του B και η δύναμη αντίδρασης T. Από τον γ΄ νόμο του Νεύτωνα γνωρίζουμε ότι η ζυγαριά δείχνει τη δύναμη T. Εάν ο ανελκυστήρας επιταχύνεται με επιτάχυνση $|\alpha|$, τότε εφαρμόζοντας το β΄ νόμο του Νεύτωνα ως προ το σώμα, έχουμε $\sum F = T - B = m\cdot|a|$. Συμπεραίνουμε επομένως, ότι στη 2η περίπτωση με $\alpha>0$ (κατεύθυνση προς τα πάνω) προκύπτει ότι $T>B$. Η ζυγαριά δείχνει τιμή μεγαλύτερη από το αληθινό βάρος. Στη 3η περίπτωση με $\alpha<0$ (κατεύθυνση προς τα κάτω) προκύπτει ότι $T<B$. Η ζυγαριά δείχνει τιμή μικρότερη από το αληθινό βάρος.

Εάν ξαφνικά σπάσει το σκοινί του ανελκυστήρα (4η περίπτωση), τότε ο ανελκυστήρας επιταχύνεται προς τα κάτω και εκτελεί ελεύθερη πτώση. Τότε $|\alpha|=g$ και $B = m\cdot|a|$, άρα $T=0$. Η ένδειξη της ζυγαριάς θα ήταν μηδέν.

13. Σώμα μάζας *m* βρίσκεται σε ακίνητο οριζόντιο επίπεδο. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ του σώματος και του δαπέδου είναι *μ*. Ποια είναι η ελάχιστη δύναμη, που πρέπει να ασκηθεί στο σώμα για να το θέσει σε κίνηση;



Λύση: Έστω φ η γωνία δράσης της δύναμης **F**. Από τη συνθήκη ισορροπίας Σ**F**=0, προκύπτει ότι $F_x=T$ και $F_y+N=B$, όπου $T=\mu N$ $\to T=\mu(B-F_y)$. Προκύπτει ότι $F_x=\mu(B-F_y) \to F\cos\varphi=\mu B-\mu F\sin\varphi$

$\to F = \dfrac{\mu B}{\cos\phi + \mu\sin\phi}$. Θέτω $\mu = \tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$, οπότε προκύπτει

$$F = \frac{\mu B}{\cos\phi + \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}\sin\phi} = \frac{\mu B\cos\theta}{\cos\phi\cos\theta + \sin\phi\sin\theta} = \frac{\mu B\cos\theta}{\cos(\phi-\theta)}.$$

Για να είναι ελάχιστη η δύναμη F αρκεί $\cos(\phi-\theta)=1 \rightarrow \phi=\theta$ ή $\tan\phi=\tan\theta=\mu$. Τότε η ελάχιστη δύναμη F έχει τιμή $F_{\min}=\mu B\cos\theta=\dfrac{\mu B}{\sqrt{1+\tan^2\theta}}=\dfrac{\mu B}{\sqrt{1+\mu^2}}$.

14. Η μάζα του πλανήτη Δία είναι περίπου 318 φορές μεγαλύτερη από τη μάζα της Γης, ενώ η διάμετρός του (*D*) είναι 11 φορές μεγαλύτερη από τη διάμετρο της Γης. Ποιό είναι το βάρος ενός αστροναύτη στο Δία, όταν στη Γη είναι 600 N;

Λύση: Το βάρος ενός ανθρώπου μάζας *m* στο Δία (J = Jupiter) είναι $B_{\mathrm{J}}=G\dfrac{mM_{\mathrm{J}}}{R_{\mathrm{J}}^2}$. Το αντίστοιχο βάρος στη Γη (E = Earth) είναι $B_{\mathrm{E}}=G\dfrac{mM_{\mathrm{E}}}{R_{\mathrm{E}}^2}$. Διαιρώντας κατά μέλη τις δύο σχέσεις προκύπτει $\dfrac{B_{\mathrm{J}}}{B_{\mathrm{E}}}=\dfrac{M_{\mathrm{J}}R_{\mathrm{E}}^2}{M_{\mathrm{E}}R_{\mathrm{J}}^2}$ ή $\dfrac{B_{\mathrm{J}}}{B_{\mathrm{E}}}=\dfrac{M_{\mathrm{J}}D_{\mathrm{E}}^2}{M_{\mathrm{E}}D_{\mathrm{J}}^2}$ απ' όπου βρίσκουμε ότι $\dfrac{B_{\mathrm{J}}}{B_{\mathrm{E}}}=\dfrac{318}{121}=2.628$ και τελικά $B_{\mathrm{J}}=2.628\cdot 600\,\mathrm{N}\simeq 1577\,\mathrm{N}$.

15. Ποιά είναι η γραμμική ταχύτητα των σημείων της επιφάνειας της Γης (E=Earth) στο γεωγραφικό πλάτος των Αθηνών; (Δίνεται $\varphi=38^{\mathrm{o}}$ και R_{E}=6378 Km.)

Λύση: Καθώς η Γη περιστρέφεται, ένα σημείο σε γεωγραφικό πλάτος *φ* εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με ταχύτητα $u=\omega r$, όπου $r=R_{\mathrm{E}}\cos\varphi$ και $\omega=2\pi/T$ με T= 1ημέρα = 86400s. Έτσι, $u=\dfrac{2\pi}{T}R_{\mathrm{E}}\cos\phi=\dfrac{6.28}{86400\,\mathrm{s}}6378\cdot 10^3(\mathrm{m})0.788=365.30\,\mathrm{m/s}$ (1315.08Km/h).

16. Ποιά θα ήταν η διάρκεια της ημέρας αν η γωνιακή ταχύτητα της Γης ήταν τέτοια ώστε τα διάφορα σώματα στον Ισημερινό να μη νοιώθουν τη βαρυτική έλξη; (Δίνεται R_{E} = 6378 Km, g_0=9.78m/s^2).

Λύση: Στην περίπτωση αυτή θα έπρεπε να ισχύει $\alpha_{\mathrm{K}}=\dfrac{\upsilon^2}{R_{\mathrm{E}}}=\dfrac{\omega^2R_{\mathrm{E}}^2}{R_{\mathrm{E}}}=\omega^2R_{\mathrm{E}}=g_0$, όπου $g_0=9.78\,\mathrm{m/s}^2$. Το αποτέλεσμα είναι $T=\dfrac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\dfrac{R_{\mathrm{E}}}{g_0}}=6.28\sqrt{\dfrac{6378\cdot 10^3}{9.78}}=5071.45\,\mathrm{s}\approx 1.4$ ώρες.