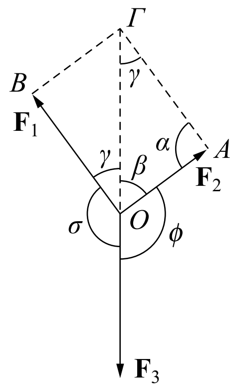


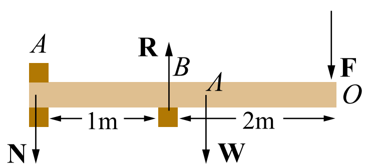
Σχήμα Α9.1

9.1

Οι τρεις δυνάμεις είναι ομοεπίπεδες. Μόνο τότε η συνισταμένη δύο εξ αυτών εξουδετερώνεται από την τρίτη. Η συνθήκη ισορροπίας αποδεικνύεται ως εξής: Θεωρούμε το τρίγωνο $ΟΑΓ$. Σε κάθε τρίγωνο ισχύει.

$\dfrac{ΟΓ}{\sin\alpha} = \dfrac{ΟΑ}{\sin\gamma} = \dfrac{ΑΓ}{\sin\beta}$. Αλλά $\gamma = (\pi\text{-}\sigma)$, $\beta = \pi - \phi$ και $\alpha = \pi - (\beta + \gamma)$.

Άρα $\dfrac{F_3}{\sin(\beta+\gamma)} = \dfrac{F_2}{\sin\sigma} = \dfrac{F_1}{\sin\phi}$.



Σχήμα Α9.2

9.2

Έστω N και R οι αντιδράσεις που ασκούνται από τους συνδέσμους στη σανίδα στα σημεία A και B αντίστοιχα.

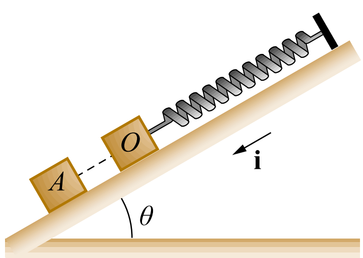
Οι συνθήκες στατικής ισορροπίας για τη σανίδα είναι $\sum \mathbf{F} = 0$, $\sum \boldsymbol{\tau} = 0$. Άρα $W + F + N - R = 0$. Παίρνοντας ροπές ως προς A βρίσκουμε $R(BA) - F(OA) - W(\Delta A) = 0$.

Επομένως $R = 2550$ N και $N = 1550$ N.

9.3

Η δύναμη που επιμηκύνει το σύρμα δρα στο σώμα που γράφει τον οριζόντιο κύκλο ως κεντρομόλος. Επομένως $\dfrac{YA\Delta l}{l} = m\omega^2(l + \Delta l)$. Άρα

$\Delta l = \dfrac{m\omega^2 l^2}{YA\text{ - }m\omega^2 l}$. Τελικά προκύπτει $\Delta l \cong 5$ mm.



Σχήμα Α10.1

10.1

Έστω O η θέση ισορροπίας του σώματος. Εκεί ισχύει $mg\sin\theta = kx_1$, όπου x_1 η επιμήκυνση του ελατηρίου από το φυσικό του μήκος. Στην τυχαία θέση A η κινούσα δύναμη είναι, $\sum F = mg\sin\theta - k(x_1 + x)$ όπου $x = OA$. Επομένως $\sum F = -kx$.

Άρα το σώμα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση πλάτους x_0 και η εξίσωση της κίνησης θα είναι $x = A\sin(\omega_0 t + \phi_0)$, όπου $A = u_0 / \omega_0$, $\omega_0 = \sqrt{k/m}$.

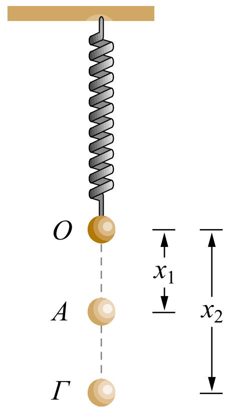
Επειδή για $t = 0$ το σώμα έχει $x = 0$ και $u > 0$, άρα $\phi_0 = 0$.

10.2

Στο σώμα δρα το βάρος του και η δύναμη Hooke. Έστω O η θέση ισορροπίας του σώματος. Στη θέση αυτή το ελατήριο έχει επιμηκυνθεί κατά x και ισχύει $mg = kx$. Όταν το σώμα μεταβαίνει από τη θέση A στη θέση B είναι:

$$\frac{1}{2}mu_2^2 - \frac{1}{2}mu_1^2 = mg\left(x_2 - x_1\right) + \frac{1}{2}k\left(x + x_1\right)^2 - \frac{1}{2}k\left(x + x_2\right)^2.$$

Εκτελώντας τις πράξεις και χρησιμοποιώντας τη συνθήκη ισορροπίας $mg = kx$ βρίσκουμε την (10.2.3).



Σχήμα A10.2

10.3

Θα μειωθεί, αν η κρούση γίνει σε μια τυχαία θέση όπου $u \neq 0$, διότι κατά την πλαστική κρούση ένα μέρος της κινητικής ενέργειας μετατράπηκε σε ενέργεια παραμορφώσεως. Αν όμως γίνει στη θέση $x = x_{\max}$, θα μείνει σταθερό.

10.4

Επειδή $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$, τα δύο εκκρεμή έχουν ίσες περιόδους. Άρα θα συγκρουστούν όταν τα νήματα είναι κατακόρυφα.

10.5

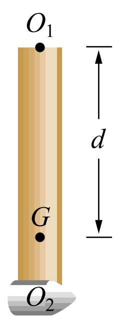
Η περίοδος ταλαντώσεως της ράβδου είναι $T_{ραβδου} = 2\pi\sqrt{\dfrac{I}{mgd}}$, όπου

$I = I_C + \dfrac{mL^2}{4} = \dfrac{1}{3}mL^2$ σύμφωνα με το θεώρημα των παραλλήλων αξό-

νων και $d = \dfrac{L}{2}$. Επομένως $T_{ραβδου} = 2\pi\sqrt{\dfrac{2L}{3g}}$. Η περίοδος ταλαντώσεως του συστήματος είναι $T_{συστ.} = 2\pi\sqrt{\dfrac{I_{συστ.}}{m_{ολ.}gd}}$, όπου

$$I_{συστ.} = I_{ράβδου} + I_{σωμ.} = \frac{1}{3}mL^2 + mL^2$$

και d είναι η απόσταση του κ.β.



Σχήμα A10.5

του συστήματος από τον άξονα αιωρήσεως, δηλαδή $d = \frac{3L}{4}$. Επομένως, $T_{συστ.} = 2\pi\sqrt{\frac{8L}{9g}}$. Άρα $T_{ράβδου} < T_{συστ}$.

10.6

Ναι, διότι στο απλό εκκρεμές το σώμα θεωρείται υλικό σημείο, οπότε η ροπή αδράνειάς του I ως προς τον άξονα αιωρήσεως ισούται με $I = md^2$, όπου d το μήκος του νήματος. Επομένως η σχέση $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}$ ανάγεται στην $T = 2\pi\sqrt{\frac{d}{g}}$.

11.1

Στον πλανήτη A, διότι έχει $g_A > g_B$. Από τη σχέση $g = \frac{GM}{R^2}$, αν τεθεί $M = \frac{4}{3}\pi R^3 d$, προκύπτει ότι $g_A = 2g_B$.

11.2

Η απάντηση στο α' ερώτημα είναι ΝΑΙ. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι το μυϊκό σύστημα του ανθρώπου έχει προσαρμοστεί στα γήινα δεδομένα, οπότε η μικρότερη έλξη της Σελήνης επ' αυτού του δίδει την ικανότητα να βαδίζει με άλματα. Για να δυνηθεί επομένως να βαδίσει φυσιολογικά, πρέπει να φορέσει στολή, η οποία να έχει βάρος πέντε φορές το βάρος του στη σελήνη.

11.3

Όταν ένα σώμα μεταβαίνει από ένα σημείο A της επιφάνειας της Γης στο άπειρο, η ελκτική δύναμη που ασκείται πάνω του από τη Γη παράγει έργο ίσο με $W_{A\to\infty}$, το οποίο ισούται και με το αντίθετο της μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του σώματος μεταξύ των δύο θέσεων. Καλούμε $U_\infty - U_A$ τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας όταν $U_\infty = 0$ και $U'_\infty - U'_A$ όταν $U'_A = 0$.

Επειδή $W_{A\to\infty} = -\left(U_\infty - U_A\right) = -\left(U'_\infty - U'_A\right)$ έπεται ότι

$$U'_\infty = U'_A + U_\infty - U_A = +\frac{GMm}{R} = mg_0R.$$

11.4

Η ελκτική δύναμη του Ηλίου επί της Γης είναι και κεντρομόλος δύναμη για τη Γη.