

ΕΡΓΑΣΙΑ 5^η

Καταληκτική ημερομηνία παράδοσης: 20 Ιουλίου 2003

1. Από την ίδια γραμμή αφετηρίας(από το ίδιο ύψος) ενός κεκλιμένου επιπέδου αφήστε να κυλήσουν, ταυτόχρονα προς τα κάτω, δύο κυλίνδρους της ίδιας μάζας και των ιδίων διαστάσεων. Ο ένας συμπαγής ξύλινος και ο άλλος κοίλος μεταλλικός.

Ποιός θα φτάσει γρηγορώτερα στην βάση του κεκλιμένου επιπέδου;

Δικαιολογήστε την απάντησή σας με την χρήση μαθηματικών υπολογισμών.

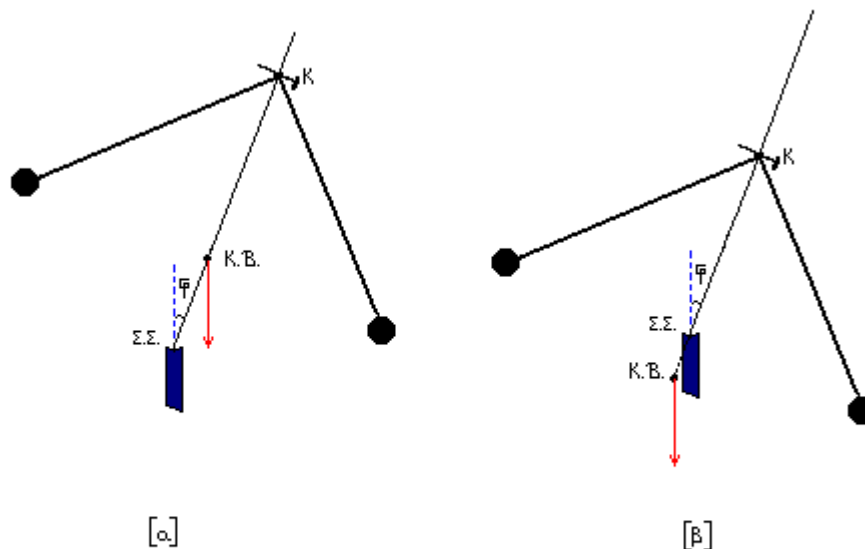
Μονάδες 5

Κάνετε στο σπίτι σας αυτό το πείραμα χρησιμοποιώντας δύο ή τρεις συμπαγείς κυλίνδρους διαφόρων μεγεθών και μαζών. Τι παρατηρείτε;

Δικαιολογείται αυτό που παρατηρείτε από τη λύση που δώσατε για το πρώτο μέρος της άσκησης;

Μονάδες 2

2. Σε μια σβούρα σαν αυτή του σχήματος (συμμετρική εκ περιστροφής) υπάρχει η δυνατότητα, με τον κοχλία Κ, να μεταβάλλει κανείς την θέση του κέντρου βάρους της(Κ.Β.) σε σχέση με το σημείο στήριξής της(Σ.Σ.).



Στο σχήμα (α) το Κ.Β. βρίσκεται πάνω από το Σ.Σ, ενώ στο σχήμα (β) το Κ.Β. βρίσκεται χαμηλότερα από το Σ.Σ.

Για τις δύο περιπτώσεις που φαίνονται στο σχήμα:

1. Θεωρήστε δεξιόστροφη περιστροφή και σχεδιάστε το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας ω .
2. Σχεδιάστε το διάνυσμα της ροπής (τ) του βάρους.
3. Σχεδιάστε το διάνυσμα της μεταβολής της στροφορμής ΔL .

4. Σχεδιάστε το διάνυσμα της συνισταμένης (τελικής) στροφορμής L' .
 5. Σχεδιάστε το διάνυσμα Ω της γωνιακής ταχύτητας μετάπτωσης.

Μονάδες 5

Στην περίπτωση του σχήματος (β), αν διατηρώντας την ίδια την ίδια γωνία φ , και την ίδια φορά περιστροφής της σβούρας (ω), μεγαλώνουμε την απόσταση του Κ.Β. από το σημείο στήριξης, πώς θα επηρεαστεί η Ω ;

Μονάδες 2

Ομοίως στην περίπτωση του σχήματος (β), αν διατηρώντας την ίδια γωνία φ , και την ίδια απόσταση του Κ.Β. από το Σ. Σ. μεταβάλλουμε την γωνιακή ταχύτητα ω της σβούρας, τι θα παρατηρήσουμε;

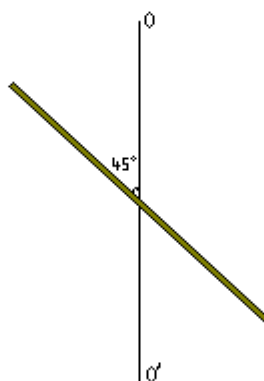
Μονάδες 2

3. Να υπολογιστεί η ροπή αδρανείας ενός λεπτού και ομογενούς δίσκου, μάζας m και ακτίνας r , ως προς άξονα που συμπίπτει με μια διάμετρό του.

Μονάδες 4

Ο δίσκος Δ , που έχει ομοιόμορφη κατανομή μάζας m , είναι λεπτός, πακτωμένος σε στερεό άξονα OO' και περιστρέφεται δεξιόστροφα γύρω από αυτόν. Να σχεδιάσετε τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας ω και της στροφορμής L . Να σχολιάσετε τη σχετική θέση των διανυσμάτων αυτών και να την δικαιολογήσετε.

[Υπόδειξη: χρειάζεται να αναλύσετε το άνυσμα ω και να λάβετε υπόψη σας την ροπή αδρανείας του δίσκου αφ' ενός μεν ως προς άξονα κάθετο που περνάει από το κέντρο του, αφ' ετέρου δε ως προς άξονα μία διάμετρό του].



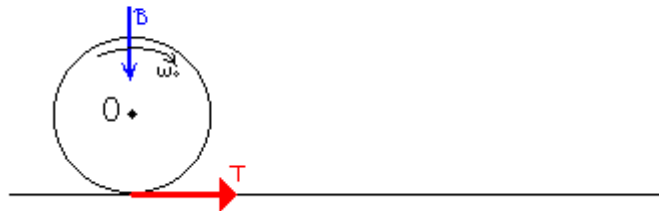
Μονάδες 6

4. Ομογενής κύλινδρος μάζας m και ακτίνας r που περιστρέφεται γύρω από τον γεωμετρικό του άξονα με γωνιακή ταχύτητα ω_0 αφήνεται απότομα σε οριζόντιο δάπεδο χωρίς να προωθηθεί και κινείται κατά την οριζόντια διεύθυνση (μόλις ο κύλινδρος έλθει σε επαφή με το δάπεδο, το κέντρο μάζας του O έχει μεταφορική ταχύτητα μηδέν).

Ποια είναι η τελική ταχύτητα που αποκτάει το κέντρο βάρους O , αν ο συντελεστής τριβής μεταξύ του κυλίνδρου και του δαπέδου είναι η ;

[Η ροπή αδρανείας του κυλίνδρου ως προς το O είναι $[mr^2/2]$.

Στο σχήμα φαίνεται τομή του κυλίνδρου με το κατακόρυφο επίπεδο].



Μονάδες 6

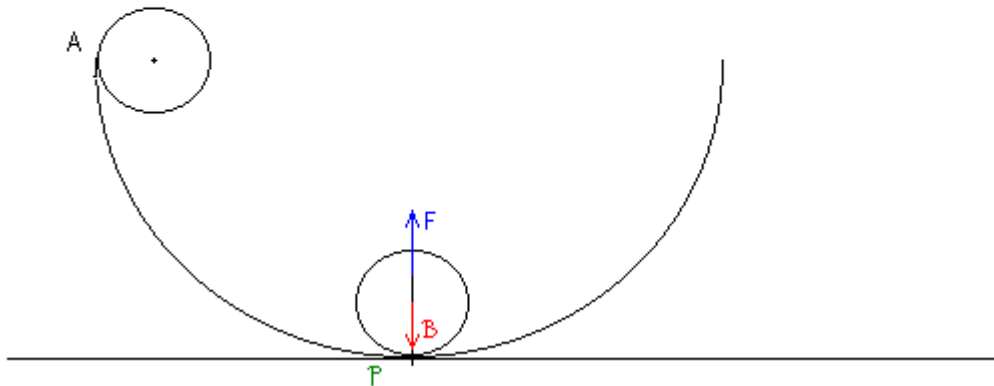
5. Σώμα περιστρέφεται με γωνιακή επιτάχυνση που δίνεται από την σχέση: $\alpha = 4\lambda t - 3\mu t^2$, όπου λ, μ , σταθερές και t ο χρόνος.

Αν η αρχική γωνιακή ταχύτητα ήταν ω_0 , γράψτε τις σχέσεις που δίνουν τη μεταβολή της γωνιακής ταχύτητας ω και της γωνίας φ συναρτήσει του χρόνου.

Μονάδες 3

6. Σφαίρα που έχει ακτίνα r και μάζα m , βρίσκεται στη θέση A και αφήνεται να κυλίσει χωρίς ολίσθηση στο εσωτερικό του τοιχώματος του ημισφαιρίου που έχει ακτίνα R . Να υπολογιστεί η κάθετη συνιστώσα της δύναμης που ασκείται από τη σφαίρα στο τοίχωμα του ημισφαιρίου στο κατώτατο σημείο P .

Δίνεται η ροπή αδρανείας της σφαίρας ως προς άξονα μια διάμετρό της: $I = (2/5) m r^2$.

**Μονάδες 6**

7. Το κέντρο σφαίρας που κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει πάνω σε οριζόντιο έδαφος, έχει ταχύτητα 5 m/s. Η σφαίρα με αυτήν τη ταχύτητα αρχίζει να ανεβαίνει πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης 30° . Να υπολογιστεί σε ποιο ύψος πάνω από το οριζόντιο επίπεδο θα φτάσει. Πόσος χρόνος απαιτείται για να επανέλθει στην βάση του κεκλιμένου επιπέδου; Δίνεται η ροπή αδρανείας της σφαίρας ως προς άξονα μια διάμετρό της: $[(2/5)mr^2]$.

Μονάδες 6

8. Δίδεται ράβδος μήκους $2l=10m$. Το μισό της τμήμα είναι μεταλλικό και έχει μάζα $m'=4kg$ και το άλλο μισό είναι από ξύλο και έχει μάζα $m=2kg$. Η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα που περνάει από το μέσο της (από το σημείο που ενώνονται τα δύο τμήματά της). Αρχικά η ράβδος συγκρατείται σε οριζόντια θέση και στη συνέχεια αφήνεται ελεύθερη να κινηθεί. Να υπολογίσετε τη ροπή αδρανείας της ράβδου ως προς τον άξονα που περνάει από το μέσο της. Να υπολογίσετε τη γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου τη στιγμή της εκκίνησης και όταν η ράβδος βρίσκεται σε κατακόρυφη θέση. Ποια η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου όταν είναι σε κατακόρυφη θέση; Ποια η ταχύτητα των άκρων της; Ποια η στροφορμή της ράβδου; Δίνονται: $g=10 \text{ m/s}^2$, και η ροπή αδρανείας ομογενούς ράβδου ως προς άξονα που περνάει από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος στην ράβδο: $(1/12)ml^2$.

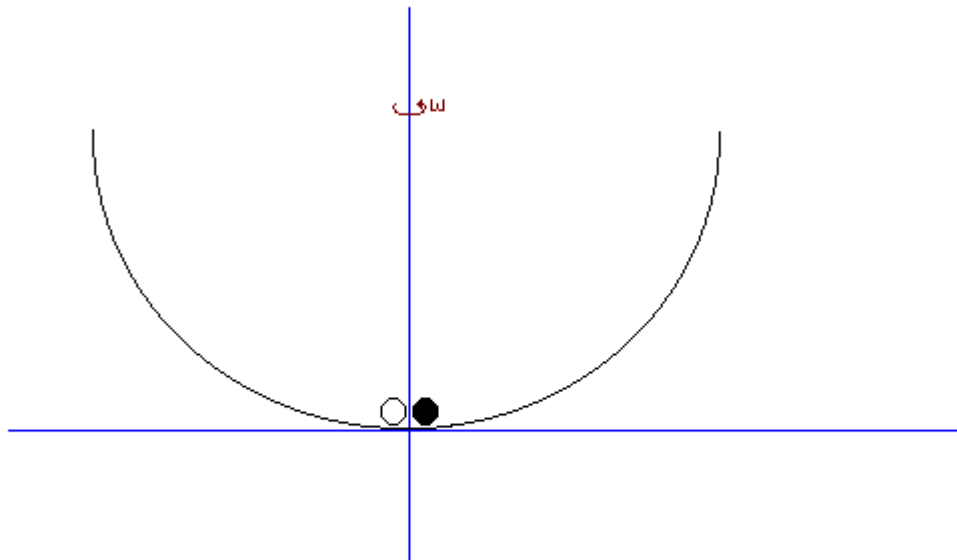
Μονάδες 10

9. Από τον θεμελιώδη νόμο για την περιστροφική κίνηση φαίνεται πως μια ροπή(τ) είναι ανάλογη της γωνιακής επιτάχυνσης(α) που προκαλεί στο σώμα: ($\tau = I \alpha$), όπου I η ροπή αδρανείας του σώματος. Εντοπίστε την περίπτωση που μια ροπή είναι ανάλογη μιας γωνιακής ταχύτητας!

Κάνετε έλεγχο των μονάδων και στις δύο σχέσεις.

Μονάδες 4

10. Σε ένα στρεφόμενο ημικύκλιο με αυλάκωση, υπάρχουν δύο σφαίρες: η μία είναι μεταλλική και ή άλλη ξύλινη, πολύ ελαφρύτερη από την πρώτη. Το ημικύκλιο περιστρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα OO' , κάθετο στην εφαπτομένη που περνάει από το κατώτερο σημείο του, με γωνιακή ταχύτητα ω . Δώστε ερμηνεία στο γεγονός πως οι σφαίρες ανεβαίνουν στο ίδιο ύψος, όπως αυτό μπορεί να διαπιστωθεί με τη βοήθεια στροβοσκοπικού φωτισμού ή με το μάτι.



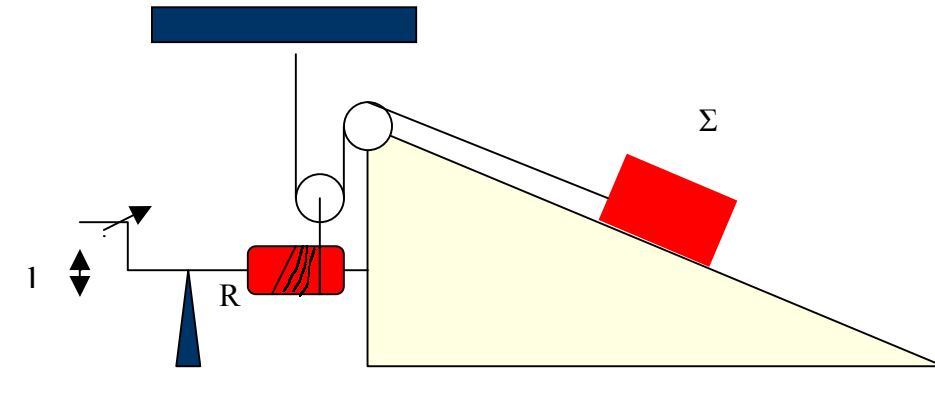
Κάνετε τους σχετικούς μαθηματικούς υπολογισμούς.

[Στροβοσκοπικός φωτισμός: διακοπή και αποκατάσταση του φωτός με συχνότητα που ρυθμίζεται. Όταν η συχνότητα του φωτισμού συμπίπτει με την συχνότητα περιστροφής, το σύστημα φαίνεται ακίνητο και μπορεί κανείς να παρατηρήσει κάθε λεπτομέρεια στα περιστρεφόμενα –αλλά φαινομενικά ακίνητα – μέρη].

Μονάδες 6

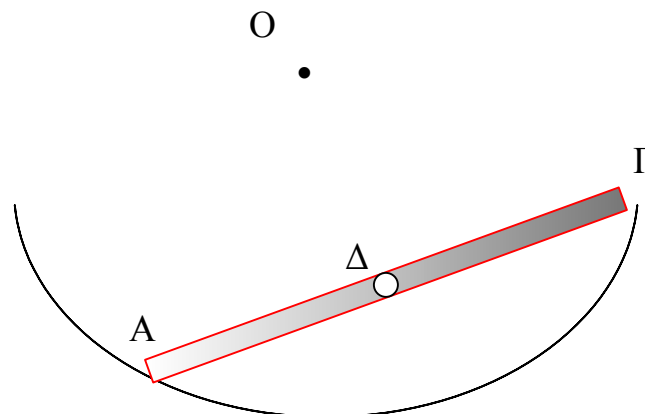
11. Δίδεται η διάταξη του σχήματος . Αν το βάρος του σώματος Σ είναι **7000 N** και ο συντελεστής τριβής ολισθήσεως μεταξύ σώματος και κεκλιμένου επιπέδου είναι $\mu=0.2$, να βρεθεί η δύναμη F που πρέπει να ασκήσουμε στη λαβή του βαρούλκου ώστε να ανεβάσουμε το σώμα στην κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου με σταθερή ταχύτητα. Δίδονται η ακτίνα του βαρούλκου **$R=20\text{ cm}$** και το μήκος **$l = 40\text{ cm}$** . Σχολιάστε το αποτέλεσμα σε σχέση με την ωφέλεια της χρήσης μιας τέτοιας διάταξης. Στις τροχαλίες δεν υπάρχουν τριβές..

Μονάδες 6



12. Οι ράβδοι AD και $ΔΓ$ έχουν μήκη $l_1 = l_2 = 40 \text{ cm}$ και είναι ενωμένες στο άκρο τους $Δ$, όπως φαίνεται στο σχήμα.. Αν κάθε cm μήκους της ράβδου AD έχει $w_1 = 0.4 \text{ N}$ και κάθε cm μήκους της ράβδου $ΔΓ$ έχει βάρος $w_2 = 0.2 \text{ N}$ να βρεθεί η γωνία φ που σχηματίζει η ράβδος με την οριζόντια διεύθυνση, όταν ισορροπεί μέσα σε κοίλο κύλινδρο, που ο άξονας του είναι οριζόντιος, όπως φαίνεται στο σχήμα . Η γωνία $AOΓ = 2\varphi = 120^\circ$.

Μονάδες 8

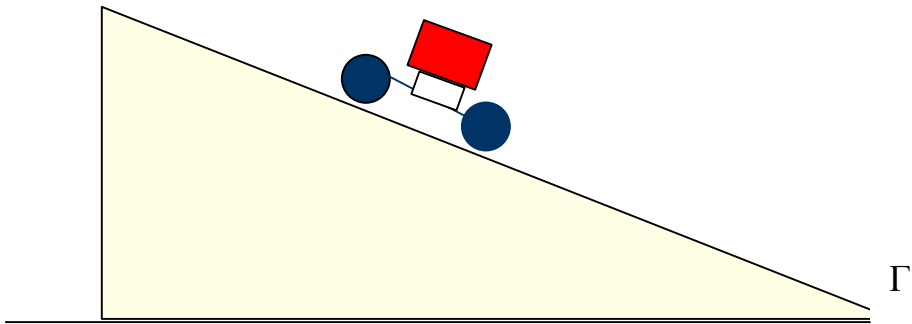


13. Βαγόνι, μάζας M , έχει τέσσερις τροχούς. Ο κάθε τροχός έχει μάζα m , ακτίνα r και ροπή αδρανείας ως προς τον άξονα περιστροφής του $I = 1/2mr^2$. Το βαγόνι βρίσκεται πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας α και αφήνεται ελεύθερο από τη ακινησία, να κυλήσει πάνω στο επίπεδο. Υποθέτουμε ότι δεν υπάρχουν τριβές*

- 1) Να βρεθεί η έκφραση της επιτάχυνσης την οποία αποκτά το κινούμενο σύστημα
- 2) Η τιμή του λόγου M/m , για να διαφέρει η επιτάχυνση αυτή κατά $1/10$ από την επιτάχυνση την οποία θα είχε το σύστημα , αν ολίσθαινε χωρίς να κυλήσει πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο.

* χωρίς τριβές αναφέρεται ως προς τον άξονα των τροχών και τον αέρα όχι μεταξύ τροχών και επιπέδου, γιατί τότε θα είχαμε μόνο ολίσθηση.

Μονάδες 7

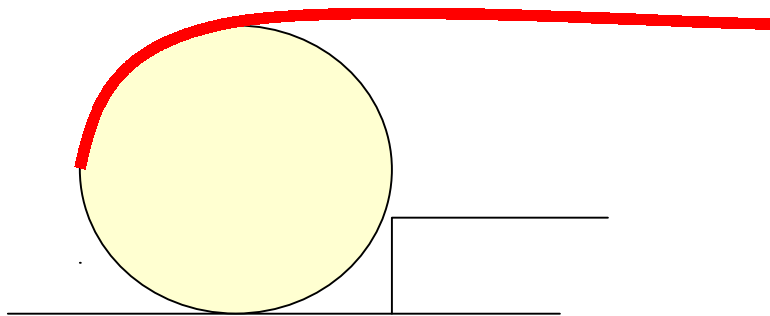


14. Ένας κύλινδρος βάρους W και ακτίνας R πρέπει να ανέβει σε σκαλοπάτι ύψους h . Τυλίγουμε το σχοινί γύρω από τον κύλινδρο και το τραβάμε κατά οριζόντια διεύθυνση. Να υποτεθεί ότι ο κύλινδρος δεν ολισθαίνει στο σκαλοπάτι, καθώς ανεβαίνει υπό την επίδραση της ελαχίστης αναγκαίας δύναμης F . Υπολογίσετε την αντίδραση στο σημείο P καθώς και το ύψος h .

Δίδεται:

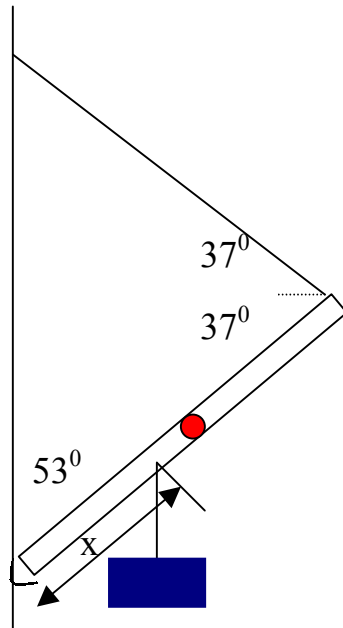
$W = 500 \text{ N}$, $R = 0,8 \text{ m}$ $F = 385 \text{ N}$

Μονάδες 6



15. Μία ομογενής ράβδος AB μήκους **5 m** και βάρους **50 N** στηρίζεται στο A και κρατείται σε ισορροπία με ένα σχοινί όπως φαίνεται στο σχήμα . Ένα βάρος **100N** κρέμεται από τη ράβδο σε απόσταση x από το A. Αν η τάση θραύσης του σχοινού είναι **50 N**, βρείτε τη μέγιστη τιμή του x .

Μονάδες 6



Σημείωση: Στις εκφωνήσεις της εργασίας αυτής δίνονται οι ροπές αδρανείας των σωμάτων που εμπλέκονται στις ασκήσεις. Ο υπολογισμός τους όμως είναι στα πλαίσια των απαιτήσεων του μαθήματος. Συνιστάται να κάνετε τους υπολογισμούς των ροπών αδρανείας ομογενούς σφαίρας, ράβδου κλπ. και να επαληθεύσετε τις σχέσεις.

Από τις ασκήσεις:

No 4, 6, 7, 10, 11, 14, 15,

που έχουν 6 μονάδες η καθεμία,

μπορείτε να επιλέξετε και να λύσετε τέσσερις.

[Θα γίνει αναγωγή του συνόλου των μονάδων που συγκεντρώσατε στις 100].

Καλή επιτυχία