

6^{ης} ΕΡΓΑΣΙΑ

(Ημερομηνία παράδοσης 3 Ιουλίου 2005)

Άσκηση 1. (10 μονάδες)

A) Δοκιμαστικό φορτίο $+q$ αφήνεται σε κάποιο σημείο μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο εντάσεως E . Να εξετάσετε πώς θα κινηθεί το φορτίο:

α) Από σημείο υψηλότερης ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας σε σημείο χαμηλότερης ή αντίστροφα;

β) Από σημείο υψηλότερου δυναμικού σε σημείο χαμηλότερου δυναμικού ή αντίστροφα;

γ) Απαντήστε στα α) και β) υποθέτοντας τώρα αρνητικό φορτίο.

B) Δίνονται δύο φορτία $Q_1 = +1 \text{ C}$, $Q_2 = -1 \text{ C}$ που απέχουν μεταξύ τους απόσταση $r = 1 \text{ m}$.

Να βρείτε την ηλεκτρική ροή που διαπερνά μια σφαιρική επιφάνεια με κέντρο το Q_1 και ακτίνα: α) $r = 0.5 \text{ m}$ β) $r = 0.7 \text{ m}$ γ) $r = 1.2 \text{ m}$.

Άσκηση 2. (10 μονάδες)

A) Μικρή σφαίρα μάζας 3 gr κρεμιέται από ακλόνητο σημείο με αβαρές μη αγώγιμο νήμα μεταξύ δύο κατακόρυφων παραλλήλων πλακών απείρων διαστάσεων που απέχουν 5 cm μεταξύ τους. Η σφαίρα φέρει φορτίο $6 \mu\text{C}$. Πόση διαφορά δυναμικού μεταξύ των πλακών θα αναγκάσει το νήμα να σχηματίσει γωνία 30° με την κατακόρυφο; (επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$)

B) Σημειακό φορτίο $q_1 = +6 \mu\text{C}$ κρατείται ακίνητο στην αρχή των αξόνων. Δεύτερο σημειακό φορτίο $q_2 = +2.5 \mu\text{C}$ βάλλεται προς το q_1 κινούμενο πάνω στην ευθεία που ενώνει τα δύο φορτία. Όταν τα φορτία είναι σε απόσταση 0.8 m το q_2 κινείται προς το q_1 με ταχύτητα 22 m/s .

α) Ποια είναι η ταχύτητα του q_2 όταν τα φορτία είναι σε απόσταση 0.5 m ;

β) Πόσο κοντά πλησιάζουν τα δύο φορτία;

(Τα φορτία έχουν ίσες μάζες $m = 1 \text{ gr}$, αγνοήστε τη βαρύτητα).

Άσκηση 3. (10 μονάδες)

Το ηλεκτρικό δυναμικό V σε κάποια περιοχή του χώρου δίνεται από τη σχέση:

$$V = ax^2 + ay^2 - 2az^2 \text{ όπου } a \text{ σταθερά.}$$

α) Να βρείτε μια έκφραση για την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου E στην περιοχή αυτή.

Υπόδειξη: Το ηλεκτρικό πεδίο και το δυναμικό συνδέονται με τη διανυσματική σχέση:

$$\vec{E} = -\nabla V = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\hat{k}\right), \text{ όπου ο τελεστής } \frac{\partial}{\partial x} \text{ όταν δράσει σε μια}$$

συνάρτηση πολλών μεταβλητών $f(x,y,z,\dots)$ επιστρέφει την παράγωγο της συνάρτησης ως προς x θεωρώντας τις υπόλοιπες μεταβλητές σταθερές. (Ομοια για

τους τελεστές $\frac{\partial}{\partial y}$ και $\frac{\partial}{\partial z}$ παίρνουμε την παράγωγο ως προς y και z αντίστοιχα)

β) Να υπολογίσετε την σταθερά a αν είναι γνωστό ότι για τη μετακίνηση δοκιμαστικού φορτίου $2 \mu\text{C}$ από το σημείο $(x,y,z) = (0,0,0.1)\text{m}$ μέχρι την αρχή των αξόνων, παράγεται από το πεδίο έργο $-5 \times 10^{-5} \text{ J}$.

γ) Να δείξετε ότι σε κάθε επίπεδο παράλληλο προς το επίπεδο xy οι ισοδυναμικές γραμμές είναι κύκλοι.

δ) Ποια είναι η ακτίνα της ισοδυναμικής γραμμής πάνω σε επίπεδο παράλληλο προς το επίπεδο xy με $z = \sqrt{2}m$ που αντιστοιχεί σε δυναμικό $V=5000 V$.

Άσκηση 4. (10 μονάδες)

Δύο φορτισμένες επίπεδες πλάκες βρίσκονται σε διαφορά δυναμικού $1200 V$ και απέχουν μεταξύ τους $4 cm$. Ένα ηλεκτρόνιο αποσπάται από την αρνητική πλάκα ταυτόχρονα με πρωτόνιο που αποσπάται από τη θετική πλάκα.

α) Σε πόση απόσταση από τη θετική πλάκα θα συναντηθούν;

β) Ποιος είναι ο λόγος των ταχυτήτων τους πριν χτυπήσουν τις αντίθετες πλάκες;

γ) Ποιος είναι ο λόγος των κινητικών ενεργειών ακριβώς πριν χτυπήσουν τις αντίθετες πλάκες; (Αγνοήστε την αλληλεπίδραση μεταξύ των φορτίων και το πεδίο της βαρύτητας).

Δίνονται: μάζα ηλεκτρονίου και μάζα πρωτονίου $m_e = 9.10 \times 10^{-31} Kg$,
 $m_p = 1.67 \times 10^{-27} Kg$

Άσκηση 5. (10 μονάδες)

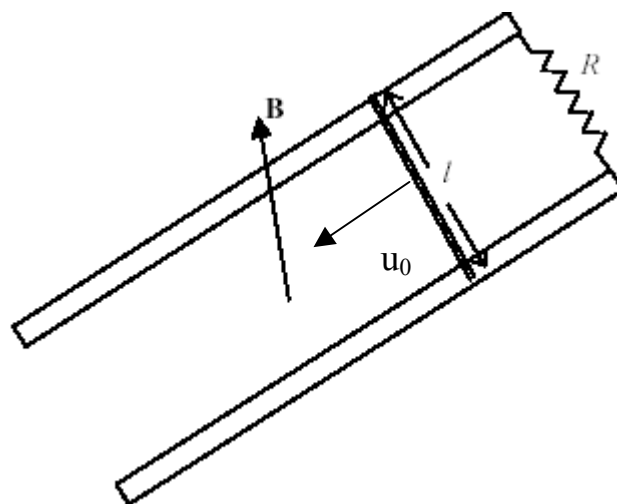
Αγώγιμος μονωμένος σφαιρικός φλοιός με εσωτερική ακτίνα a και εξωτερική ακτίνα b έχει θετικό φορτίο Q τοποθετημένο στο κέντρο του. Το ολικό φορτίο πάνω στο φλοιό είναι, συνολικά, $-3 Q$. (α) Πως κατανέμονται τα φορτία στην εσωτερική και εξωτερική επιφάνεια του αγώγιμου φλοιού;

(β) Βρείτε εκφράσεις για το ηλεκτρικό πεδίο συναρτήσει της απόστασης r από το κέντρο της σφαίρας για τις περιοχές $r < a$, $a < r < b$ και $r > b$.

Άσκηση 6. (10 μονάδες)

Μία ηλεκτρική αντίσταση $R=5\Omega$, συνδέεται με δύο μεταλλικούς αγωγούς μηδενικής αντίστασης πολύ μεγάλου μήκους. Μεταλλική ράβδος μήκους $l=1 m$, μάζας $m=1 Kg$ και αντίστασης

$R=10 \Omega$ τοποθετείται κάθετα στους μεταλλικούς αγωγούς, όπως δείχνει το σχήμα. Το κύκλωμα τοποθετείται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο $B=0.5T$ με διεύθυνση της μαγνητικής επαγωγής B κάθετα στο επίπεδο που σχηματίζουν οι παράλληλοι αγωγοί και φορά που εμφανίζεται στο σχήμα. Προσδίδουμε στη ράβδο αρχική ταχύτητα $u_0=10 m/s$ και την αφήνουμε να κινηθεί ελεύθερα μέσα στο μαγνητικό πεδίο ευρισκόμενη



πάντα σε επαφή με τους μεταλλικούς αγωγούς. Αν ανάμεσα στη ράβδο και τους αγωγούς δεν υπάρχουν τριβές να βρεθούν:

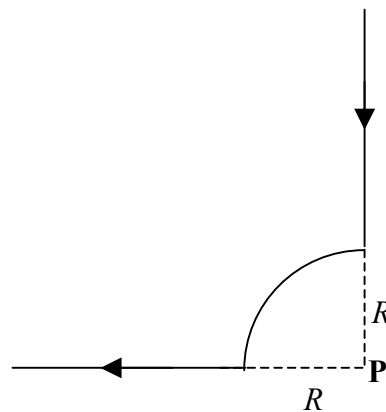
α) Η έκφραση της ταχύτητας u συναρτήσει του χρόνου.

β) Η ταχύτητα τη χρονική στιγμή $t=2 sec$.

γ) Ποια χρονική στιγμή θα σταματήσει η ράβδος;

Άσκηση 7. (10 μονάδες)

Το σύρμα του σχήματος διαρρέεται από ρεύμα I . Το σύρμα αποτελείται από ένα κατακόρυφο τμήμα πολύ μεγάλου μήκους, ένα τεταρτημόριο περιφέρειας κύκλου ακτίνας R και από ένα δεύτερο οριζόντιο ευθύγραμμο τμήμα μεγάλου μήκους. Να υπολογίσετε το ολικό μαγνητικό πεδίο στο κέντρο καμπυλότητας του τεταρτημορίου (σημείο P στο σχήμα).



Άσκηση 8. (10 μονάδες)

Σε μία σφαιρική κατανομή φορτίου, η πυκνότητα φορτίου δίνεται από τις σχέσεις:

$$\rho = \rho_0 (1 - r/R) \quad r \leq R$$

$$\rho = 0 \quad r > R$$

όπου $\rho_0 = 3Q/\pi R^3$ και Q και R είναι σταθερές.

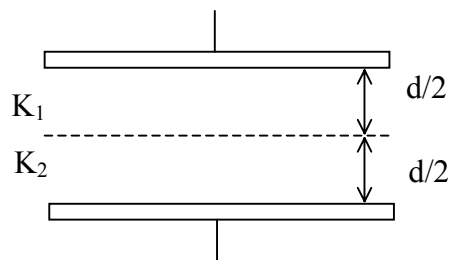
Να δείξετε ότι:

- Το ολικό φορτίο που περιέχεται σ' αυτή την κατανομή φορτίου είναι Q .
- Στην περιοχή $r > R$, το ηλεκτρικό πεδίο είναι το ίδιο με αυτό που παράγεται από ένα σημειακό φορτίο Q τοποθετημένο στη θέση $r=0$ (αρχή των αξόνων).
- Να βρείτε μια έκφραση για την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στην περιοχή $r \leq R$.
- Να συγκρίνετε τα αποτελέσματα στα οποία καταλήξατε στα υποερωτήματα β) και γ) για την ειδική θέση $r=R$.

Άσκηση 9. (10 μονάδες)

A) Ο χώρος μεταξύ των οπλισμών επίπεδου πυκνωτή γεμίζεται με δύο πλάκες διηλεκτρικού, μία με σχετική διηλεκτρική σταθερά K_1 και μία με διηλεκτρική σταθερά K_2 . Κάθε πλάκα έχει πάχος $d/2$, όπου d η απόσταση μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή. Να δείξετε ότι η χωρητικότητα είναι:

$$C = \frac{2\epsilon_0 A}{d} \left(\frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2} \right)$$

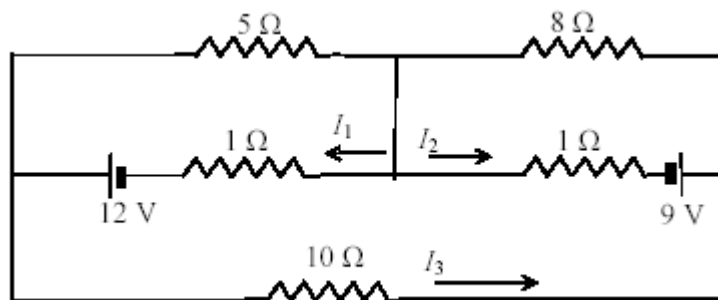


B) Δίδονται δύο ευθύγραμμοι ρευματοφόροι αγωγοί πολύ μεγάλου μήκους και αμελητέου πάχους. Οι αγωγοί βρίσκονται πολύ κοντά ο ένας με τον άλλο και διαρρέονται από ηλεκτρικά ρεύματα εντάσεων $I_1=2A$ και $I_2=1A$ αντίστοιχα, όπως στο σχήμα. Να ευρεθεί το μαγνητικό πεδίο B σε σημείο το οποίο απέχει απόσταση $r=1m$ από τους αγωγούς. Δίδεται το $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} W/A \cdot m$



Άσκηση 10. (10 μονάδες)

A) Υπολογίστε τα τρία ρεύματα που σημειώνονται στο διάγραμμα του κυκλώματος στο παρακάτω σχήμα:



B) Η μαγνητική επαγωγή B μαγνητικού πεδίου μέσα σε μακρύ ευθύγραμμο πηνίο ακτίνας R , αυξάνει με ρυθμό $\frac{dB}{dt} = \text{σταθ.}$

Να βρείτε:

- Το ρυθμό μεταβολής της μαγνητικής ροής μέσα σε κύκλο ακτίνας $r_1 < R$ τοποθετημένου εντός του πηνίου, κάθετα στον άξονά του και με το κέντρο του πάνω στον άξονα του πηνίου.
- Το επαγόμενο ηλεκτρικό πεδίο στο εσωτερικό του πηνίου σε απόσταση $r_1 < R$ από τον άξονά του.
- Το επαγόμενο ηλεκτρικό πεδίο στο εξωτερικό του πηνίου σε απόσταση $r_2 > R$ από τον άξονά του.
- Να παραστήσετε γραφικά το μέτρο του επαγόμενου ηλεκτρικού πεδίου συναρτήσει της απόστασης από τον άξονά του από $r=0$ έως $r=2R$.