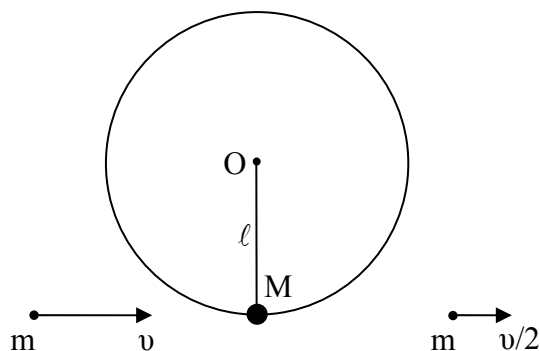


4η εργασία
Ημερομηνία αποστολής: 1 Απριλίου 2007
(Τα θέματα κάθε άσκησης θεωρούνται ισοδύναμα)

Άσκηση 1 (10 μονάδες)

A) Ένα βλήμα μάζας m που κινείται με ταχύτητα v διαπερνά τη σφαίρα ενός εκκρεμούς μάζας M και διαφεύγει με ταχύτητα $v/2$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η σφαίρα του εκκρεμούς κρέμεται από αβαρές νήμα μήκους ℓ . Ποια η ελάχιστη τιμή της ταχύτητας v , ώστε η σφαίρα του εκκρεμούς να διαγράψει πλήρη κύκλο; Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας g .



B) Ένα ελατήριο δεν ακολουθεί το νόμο του Hooke αλλά ασκεί μία δύναμη επαναφοράς της μορφής $F_x(x) = -52x - 39x^2$, όταν εκτείνεται ή συμπιέζεται κατά μήκος x (σε m).

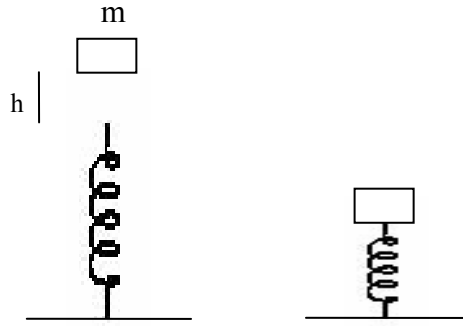
(α) Υπολογίστε το ολικό έργο που απαιτείται για να εκταθεί το ελατήριο από τη θέση ισορροπίας $x=0$ στη θέση $x=1$ m.

(β) Είναι η δύναμη επαναφοράς του ελατηρίου διατηρητική; Εξηγήστε.

(γ) Ενώ το ένα άκρο του ελατηρίου είναι σταθερό, στο άλλο άκρο του προσαρτάται αντικείμενο μάζας 2 kg όταν αυτό έχει εκταθεί προς τα δεξιά πάνω σε λεία οριζόντια επιφάνεια κατά $x=1$ m. Αν αφήσουμε ελεύθερο το αντικείμενο από την ηρεμία, υπολογίστε την ταχύτητά του τη στιγμή που το ελατήριο έχει επιστρέψει στη θέση ισορροπίας.

Άσκηση 2 (10 μονάδες)

A) Ένα αβαρές ελατήριο είναι στερεωμένο κατακόρυφα στο φυσικό του μήκος με το πάνω άκρο του ελεύθερο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Σώμα μάζας m αφήνεται να πέσει από ύψος h πάνω στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου. Να υπολογιστεί η μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου αγνοώντας τις τριβές. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας g και η σταθερά k του ελατηρίου.



2B) Να δείξετε ότι σε ένα σύστημα όπου δρουν συντηρητικές δυνάμεις και δυνάμεις τριβής, ο ρυθμός μετατροπής της συνολικής μηχανικής ενέργειας είναι ίσος με το γινόμενο της δύναμης τριβής επί την ταχύτητα κίνησης του σώματος, δηλαδή

$$\frac{d(T+V)}{dt} = \vec{f} \cdot \vec{v}$$

Άσκηση 3 (10 μονάδες)

A) Ένα σώμα σημειακών διαστάσεων μάζας $m=0.1$ kg μπορεί να γλιστράει χωρίς τριβή πάνω στην περιφέρεια ενός κατακόρυφου κύκλου που έχει ακτίνα $R=1$ m. Το σώμα έλκεται με δύναμη ανάλογη προς την απόστασή του από το κέντρο έλξης (με σταθερά αναλογίας $k=1.2$ Nm⁻¹). Το κέντρο αυτό βρίσκεται στη μία άκρη της οριζόντιας διαμέτρου του κύκλου. Να βρεθούν οι θέσεις ισορροπίας του σώματος και να γίνει η γραφική παράσταση της δυναμικής ενέργειας. ($g = 9.8$ ms⁻²)

B) Η δυναμική ενέργεια ενός σωματιδίου δίνεται από τη σχέση $V(x) = 6x^2 - x^3$ (x σε m).

(α) Σχεδιάστε το διάγραμμα της $V(x)$.

(β) Ποια είναι η φορά της δύναμης που ασκείται πάνω στο σωματίδιο σε κατάλληλα διαστήματα της μεταβλητής x ;

(γ) Να βρεθούν οι θέσεις ισορροπίας και το είδος της ισορροπίας σε κάθε θέση.

Άσκηση 4 (10 μονάδες)

A) Πάνω σε ένα σωματίδιο εξασκείται η δύναμη : $\vec{F} = (y^2 - x^2)\hat{i} + 3xy\hat{j}$. Να βρεθεί το έργο που παράγεται όταν το σωματίδιο μετατοπίζεται από το σημείο (0,0) στο σημείο (2,4) πάνω σε καθεμιά από τις παρακάτω τροχιές:

1) πάνω στον άξονα x , από το σημείο (0,0) ως το σημείο (2,0) και στη συνέχεια παράλληλα με τον άξονα y έως το σημείο (2,4).

2) πάνω στον άξονα y από το σημείο (0,0) έως το σημείο (0,4) και στη συνέχεια παράλληλα με τον άξονα x έως το σημείο (2,4)

3) πάνω στην ευθεία που ενώνει τα σημεία (0,0) και (2,4)

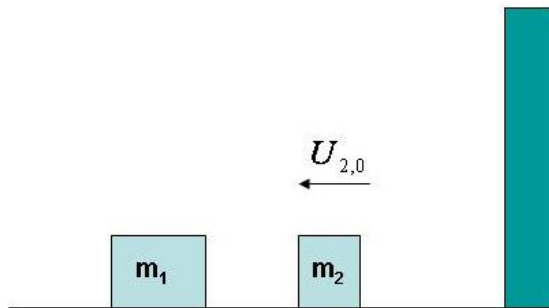
4) πάνω στην παραβολή $y = x^2$.

Είναι η δύναμη διατηρητική;

B) Σώμα μάζας 5 kg βάλλεται προς τα πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο με κλίση 37° ως προς το οριζόντιο επίπεδο, με ταχύτητα 14 m/s. Το σώμα αφού διανύσει απόσταση 10 m κατά μήκος του επιπέδου σταματάει και αρχίζει να γλιστράει προς τα κάτω φτάνοντας στο αρχικό σημείο. Με ποια ταχύτητα φτάνει στο αρχικό σημείο.

Άσκηση 5 (10 μονάδες)

A) Σώμα μάζας $m_1 = 100 \text{ kg}$ ακινητεί σε ένα χωρίς τριβή οριζόντιο επίπεδο που καταλήγει σε ένα τοίχο. Ένα άλλο σώμα μάζας m_2 κινείται με ταχύτητα $U_{2,0}$ όπως στο σχήμα. Υποθέτοντας ότι όλες οι κρούσεις είναι ελαστικές και ότι οι ταχύτητες των δύο σωμάτων πριν και μετά την κρούση είναι συγγραμμικά διανύσματα, βρείτε την τιμή της m_2 για την οποία και τα δύο σώματα κινούνται με την ίδια ταχύτητα μετά την κρούση του m_2 πρώτα με το m_1 και μετά με τον τοίχο.



B) Σφαίρα μάζας m και ταχύτητας v σφηνώνεται πάνω σε κομμάτι συμπαγούς ξύλου μάζας M που αρχικά βρίσκεται σε κατάσταση ηρεμίας πάνω σε μακρύ τραπέζι με συντελεστή τριβής ολισθήσεως μ . Τι απόσταση s θα διανύσει πάνω στο τραπέζι το κομμάτι του ξύλου με τη σφαίρα ; Θεωρήστε ότι η σφαίρα σταματά ακαριαία.

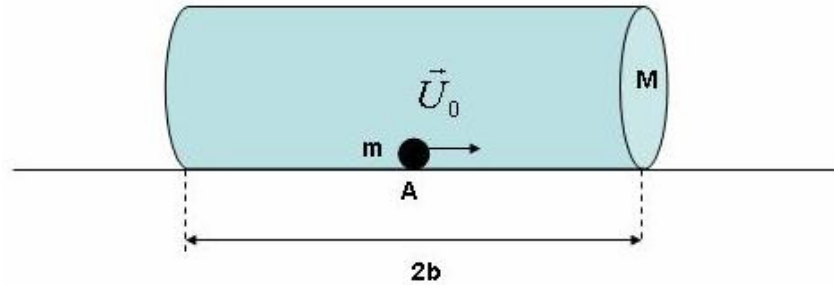
Άσκηση 6 (10 μονάδες)

Σωματίδιο μάζας m κείται στο μέσον Α ενός σωλήνα μήκους $2b$ και μάζας M . Ο σωλήνας, που είναι κλειστός στα δύο του άκρα, κείται πάνω σε λείο τραπέζι. Ο συντελεστής αποκατάστασης μεταξύ των σωμάτων m και M είναι e . Έστω ότι το m έχει αρχική ταχύτητα \vec{U}_0 κατά τον άξονα του σωλήνα.

- α) Να βρεθούν οι ταχύτητες των m και M κατά την πρώτη κρούση.
- β) Να βρεθεί η απώλεια ενέργειας κατά τη διάρκεια της πρώτης κρούσης
- γ) Να βρεθεί ο χρόνος που απαιτείται έτσι ώστε το σωματίδιο m να φτάσει πάλι στο σημείο Α κινούμενο κατά την αρχική του φορά

Σημείωση: Στην κεντρική κρούση δύο σωμάτων οι σχετικές ταχύτητες τους πριν και μετά την κρούση πληρούν την εξίσωση: $\vec{U}_1 - \vec{U}_2 = -e(\vec{U}_{1,0} - \vec{U}_{2,0})$, όπου e είναι ένας

συντελεστής (αποκατάστασης) με τιμές μεταξύ του μηδενός (πλαστική κρούση) και της μονάδος (τελείως ελαστική κρούση).



Άσκηση 7 (10 μονάδες) :

Υποθέστε ότι σε ένα στάσιμο σύννεφο υδρατμών δημιουργούνται κατάλληλες συνθήκες για να σχηματιστεί μια σταγόνα βροχής. Η σταγόνα ξεκινά από αρχική κατάσταση με μάζα $m_0=0$ και ταχύτητα $v_0=0$. Κάνουμε την παραδοχή ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα και ότι η σταγόνα πέφτει υπό την επίδραση της βαρύτητας κατακόρυφα με σταθερή επιτάχυνση a . Υποθέτουμε ότι στην πορεία της η μάζα της σταγόνας αυξάνει (καθώς οι υδρατμοί υγροποιούνται πάνω της) αναλόγως της απόστασης που έχει διανύσει ($m=kx$, $k>0$: σταθερά).

α) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση a καθώς και η ταχύτητα, απόσταση και μάζα της σταγόνας μετά χρόνο t από την έναρξη του φαινομένου.

β) Δείξτε ότι η κινητική ενέργεια της σταγόνας E_k συνδέεται με το έργο που παράγεται από το πεδίο βαρύτητας W_g με τη σχέση $E_k = \frac{2}{3}W_g$ και δώστε μια ποιοτική ερμηνεία για τη σχέση αυτή.

Άσκηση 8 (10 μονάδες) :

Α) Σωματίδιο μάζας m_1 και ταχύτητας v_1 συγκρούεται μετωπικά με σωματίδιο μάζας m_2 το οποίο βρίσκεται σε ηρεμία ($v_2 = 0$). Η σύγκρουση είναι πλαστική.

α) Υπολογίστε την κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωματιδίων πριν την κρούση, μετά την κρούση καθώς και το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας που μετασχηματίστηκε σε θερμότητα.

β) Υποθέστε ότι κάποιος παρατηρητής είναι ακίνητος πάνω στο κέντρο μάζας του συστήματος των δύο σωματιδίων. Υπολογίστε την ορμή που μετρά για κάθε σωματίδιο ο παρατηρητής και σχολιάστε το αποτέλεσμα. Ακολούθως υπολογίστε τις τιμές που εξάγει για τις αντίστοιχες ποσότητες του ερωτήματος α). Είναι τα ποσοστά μηχανικής ενέργειας που μετασχηματίζονται σε θερμότητα τα ίδια ;

B) Πύραυλος μαζί με τα καύσιμά του έχει βάρος 80000 N και εκτοξεύεται κατακόρυφα από το έδαφος. Ο πύραυλος εκτοξεύει αέρια με ρυθμό $\mu=65 \text{ kg/s}$ και ταχύτητα $v=3000 \text{ m/s}$ ως προς αυτόν. Τα καύσιμα εξαντλούνται μετά από 60 s. Να αποδειχθεί ότι η δύναμη που ασκείται στον πύραυλο από τα αέρια δίνεται από τη σχέση $F=\mu v$. Να βρεθεί η αρχική κατακόρυφη επιτάχυνση και η επιτάχυνση στο τέλος των 30s και 60s. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

Άσκηση 9 (10 μονάδες) :

Όταν κατασκευάστηκε η Μεγάλη Πυραμίδα της Γίζας είχε ύψος $h=150\text{m}$ και τετράγωνη βάση πλευράς $a=230 \text{ m}$. Πρόκειται για μια συμπαγή κατασκευή από πέτρα πυκνότητας $\rho = 2.5 \text{ g/cm}^3$ ($g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$).

- Ποιό είναι το ελάχιστο έργο που απαιτήθηκε για να αναγερθεί η πυραμίδα ;
- Ο Ηρόδοτος αναφέρει ότι για την ανέγερση εργάστηκαν 100,000 άνθρωποι επί 20 χρόνια. Υποθέστε ότι ο κάθε εργάτης τρέφονταν με φαγητό που του απέδιδε ενέργεια $1.2 \times 10^7 \text{ J}$ την ημέρα. Βρείτε την απόδοση του κάθε εργάτη στην εργασία ανέγερσης και εκτιμήστε αν ξόδευε το μεγαλύτερο μέρος της ημέρας στο να ανυψώνει πέτρες ; (Ως απόδοση ορίζουμε το πηλίκο του έργου ανά ημέρα ως προς την ενέργεια που καταναλώνει. Θεωρείστε επίσης ότι ως ελάχιστο έργο τοποθέτησης είναι αυτό που προκύπτει από συνεχή τρόπο εναπόθεσης της πέτρας)

Άσκηση 10 (10 μονάδες)

A) α) Ένα αντικείμενο μάζας m , αρχικά σε ηρεμία, διασπάται σε δύο θραύσματα το ένα με μάζα m_1 και το άλλο με μάζα m_2 ($m = m_1 + m_2$). Αν κατά τη διάσπαση απελευθερώνεται ενέργεια Q , η οποία μετασχηματίζεται σε κινητική ενέργεια των θραυσμάτων, υπολογίστε το ποσοστό του Q που μεταφέρει κάθε θραύσμα.

β) Νετρόνιο, σε ηρεμία, διασπάται σε ένα πρωτόνιο και ένα ηλεκτρόνιο. Κατά τη διάσπαση απελευθερώνεται ενέργεια που μετασχηματίζεται σε κινητική ενέργεια του πρωτονίου και του ηλεκτρονίου. Η μάζα του πρωτονίου είναι 1836 φορές μεγαλύτερη της μάζας του ηλεκτρονίου. Υπολογίστε το κλάσμα της απελευθερωθείσας ενέργειας που μετασχηματίζεται σε κινητική ενέργεια του πρωτονίου.

B) Σε ένα πυρηνικό αντιδραστήρα τα ενεργειακά νετρόνια που παράγονται κατά τη σχάση χάνουν την ενέργειά τους (θερμοποιούνται) μέσω ελαστικών κρούσεων με τα άτομα κατάλληλου υλικού, υγρού ή στερεού που λέγεται επιβραδυντής. Σαν επιβραδυντές χρησιμοποιούνται τόσο το βαρύ ύδωρ (D_2O , όπου D είναι το δευτέριο το οποίο έχει στον πυρήνα ένα πρωτόνιο και ένα νετρόνιο) όσο και ο γραφίτης (άνθρακας). Να βρεθεί το ποσοστό της ενέργειας που χάνεται σε μια σκέδαση νετρονίου με ένα πυρήνα δευτερίου που έχει μάζα διπλάσια του νετρονίου καθώς και στην περίπτωση της σκέδασης με τον 12 φορές βαρύτερο πυρήνα άνθρακα. (θεωρείστε ότι ο πυρήνας του επιβραδυντή είναι ακίνητος πριν την σκέδαση)