

ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΑΝΟΙΚΤΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ

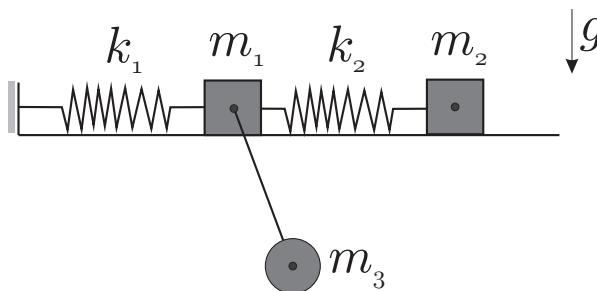
ΦΥΕ 34 2009-10

1^η ΕΡΓΑΣΙΑ

Προθεσμία παράδοσης 10/11/09

Άσκηση 1

Δύο μάζες $m_1 = 3m$ και $m_2 = m$ συνδέονται με δύο ιδανικά ελατήρια σταθερών $k_1 = 6k$ και $k_2 = 3k$ όπως στο σχήμα και κινούνται χωρίς τριβές σε οριζόντιο τραπέζι. Η μάζα m_1 συνδέεται επίσης με αβαρή μπάρα μήκους ℓ με μάζα $m_3 = m$ όπως στο σχήμα και σχηματίζει εκκρεμές το οποίο κινείται στο κατακόρυφο επίπεδο επίσης χωρίς τριβές. Η



επιτάχυνση της βαρύτητας είναι g και δίνεται ότι $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{3\ell}}$ και το φυσικό

μήκος των ελατηρίων είναι επίσης ℓ . Για μικρές ταλαντώσεις του εκκρεμούς

- A) Να βρεθούν οι διαφορικές εξισώσεις κίνησης του συστήματος.
 B) Να βρεθούν οι κυκλικές συχνότητες των κανονικών τρόπων ταλάντωσης του συστήματος.
 Γ) Να βρεθούν οι λόγοι των πλατών των κανονικών τρόπων ταλάντωσης

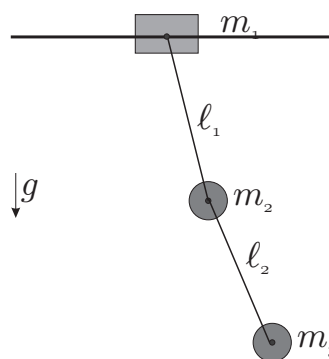
Άσκηση 2

Ένας ακίνητος παρατηρητής μετράει την συχνότητα της κόρνας ενός αυτοκινήτου και βρίσκει ότι αλλάζει από 272 σε 256Hz καθώς το αυτοκίνητο περνάει από δίπλα του με σταθερή ταχύτητα. Αν η ταχύτητα του ήχου είναι 331.45 m/s, να υπολογίσετε:

- A) Την ταχύτητα του αυτοκινήτου και την συχνότητα με την οποία εκπέμπει η κόρνα.
 B) Με ποια ταχύτητα πρέπει να κινηθεί ο παρατηρητής και προς ποια κατεύθυνση ώστε να μετράει συχνότητα 280Hz ενώ το αυτοκίνητο τον πλησιάζει;
 Γ) Ποια θα είναι η συχνότητα που θα ακούει ο παρατηρητής του ερωτήματος B αφού το αυτοκίνητο περάσει από δίπλα του;

Άσκηση 3

Το σύστημα του Σχήματος αποτελείται από τρεις μάζες m_1, m_2, m_3 οι οποίες συνδέονται με δύο αβαρείς μπάρες μηκών ℓ_1 και ℓ_2 . Η μάζα m_1 μπορεί να κινείται χωρίς τριβές σε οριζόντιο σύρμα, ενώ οι άλλες δύο είναι κατάλληλα συνδεδεμένες ώστε να μπορούν να ταλαντώνονται στο επίπεδο του Σχήματος. Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι g . Θεωρώντας ότι το σύστημα κινείται έτσι οι γωνίες που σχηματίζουν οι δύο μπάρες με



την κατακόρυφη να είναι μικρές:

A) Βρείτε τις εξισώσεις κίνησης του συστήματος

B) Για $m_1 = 2m, m_2 = m, m_3 = 2m, \ell_1 = 2\ell, \ell_2 = \ell$ βρείτε τις συχνότητες των κανονικών τρόπων ταλάντωσης του συστήματος.

Άσκηση 4

Ομογενές σχοινί γραμμικής πυκνότητας μ και μήκους L κρέμεται κατακόρυφα από το ταβάνι (το άνω άκρο του είναι πακτωμένο) και ισορροπεί στο πεδίο βαρύτητας (εντάσεως g).

A) Πόση η τάση στο σχοινί σε ύψος x από το κάτω άκρο;

B) Ποια η διαφορική εξίσωση διαδόσεως μιας διαταραχής $\xi(x, t)$ υπό την συγκεκριμένη τάση;

Γ) Είναι εύλογο να θεωρήσουμε $\frac{\partial}{\partial x} \xi(x, t) \ll x \frac{\partial^2}{\partial x^2} \xi(x, t)$ στη διαφορική εξίσωση

του ερωτήματος (B);

Δ) Στο κάτω (ελεύθερο) άκρο του σχοινού, δημιουργούμε μικρή στιγμιαία (εγκάρσια) διαταραχή η οποία διαδίδεται προς τα πάνω. Υπό την υπόθεση του (Γ) πόση η ταχύτητα διαδόσεως σε ύψος x από το κάτω άκρο;

E) Πού πρέπει να κόψουμε το σχοινί ώστε ο χρόνος διαδόσεως της διαταραχής στο νέο μήκος να μειωθεί στο μισό;

Άσκηση 5

Οριζόντια ορθογώνια μεμβράνη επιφανειακής πυκνότητας μάζας σ είναι πακτωμένη στις τρεις πλευρές ενώ η τέταρτη πλευρά μπορεί να κινείται ελεύθερα υπό την επίδραση σταθερής (σε όλες τις πλευρές) οριζόντιας τάσης T (μέσω οριζοντίων τεντωμένων νημάτων πυκνοδεμένων καθ' όλο το μήκος της 4^{ης} πλευράς).

A) Ποιά η γενική μορφή ενός κανονικού τρόπου ταλάντωσης της μεμβράνης και ποιες οι αντίστοιχες συχνότητες;

B) Πόσο το μήκος κύματος του κανονικού τρόπου ταλάντωσης ελάχιστης συχνότητας;

Γ) Ποιά η διεύθυνση των ισοφασικών ευθειών (μετώπων) των τεσσάρων επιπέδων κυμάτων που συνιστούν τον κανονικό τρόπο ταλάντωσης ελάχιστης συχνότητας;

Άσκηση 6

Ένα επίπεδο αρμονικό ηχητικό κύμα συχνότητας 450 Hz και πλάτους $1 \overset{\circ}{A}$ διαδίδεται στον αέρα πυκνότητας $\rho_0 = 1.29 \text{ kgm}^{-3}$ σε θερμοκρασία 25° C υπό κανονική πίεση.

(A) Να γραφεί η έκφραση του κύματος απομάκρυνσης, να βρεθούν τα αντίστοιχα κύματα πυκνότητας και πίεσης και να υπολογισθούν οι διαφορές φάσης των δύο τελευταίων κυμάτων σε σχέση με το κύμα απομάκρυνσης.

(B) Να σχεδιαστούν οι μορφές των κυμάτων για $t = 0$ για μερικά μήκη κύματος.

(Γ) Να εκφρασθεί η ένταση του κύματος πίεσης σε dB.

Άσκηση 7

Σε ένα μέσο η ταχύτητα φάσης δίνεται από την σχέση $v = A\omega^n$, όπου A, n σταθερές. Να δειχθεί ότι η ταχύτητα ομάδας είναι $v_g = v/(1-n)$. Για ποιες τιμές του n η διασπορά είναι ομαλή ($dv/d\lambda > 0$) και πότε ανώμαλη ($dv/d\lambda < 0$);

Άσκηση 8

Ελαστική ράβδος αλουμινίου μήκους $L_1 = 61$ cm συνδέεται με ελαστική ράβδο σιδήρου μήκους $L_2 = 44$ cm, και η σύνθετη ράβδος πακτώνεται στα δύο άκρα της. Στη ράβδο δημιουργούνται εγκάρσια κύματα χρησιμοποιώντας μια εξωτερική πηγή μεταβλητής συχνότητας.

(Α) Να βρεθεί η χαμηλότερη συχνότητα διέγερσης για την οποία παρατηρούνται στάσιμα κύματα όταν το σημείο σύνδεσης των δύο ράβδων είναι δεσμός.

(Β) Ποιος είναι ο ολικός αριθμός των δεσμών και ποια η θέση τους;

(Γ) Σχεδιάστε ποιοτικά ένα στιγμιότυπο αυτού του στάσιμου κύματος.

Δίνεται ότι η πυκνότητα του αλουμινίου είναι $2.70 \times 10^3 \text{ Kg/m}^3$ ενώ αυτή του σιδήρου $7.87 \times 10^3 \text{ Kg/m}^3$. Για οποιαδήποτε άλλη σταθερά χρειαστείτε, χρησιμοποιήστε τιμές του βιβλίου των Alonso-Finn.

Άσκηση 9

Η εξίσωση ενός εγκάρσιου κύματος που διαδίδεται σε ένα σκοινί μεγάλου μήκους και γραμμικής πυκνότητας $\mu = 100 \text{ gr/m}$ δίνεται από την

$$\xi = 15 \sin \pi(0.4x - 6t)$$

όπου τα x και ξ εκφράζονται σε cm και το t σε s.

(Α) Βρείτε το πλάτος, τη συχνότητα, την ταχύτητα και το μήκος κύματος.

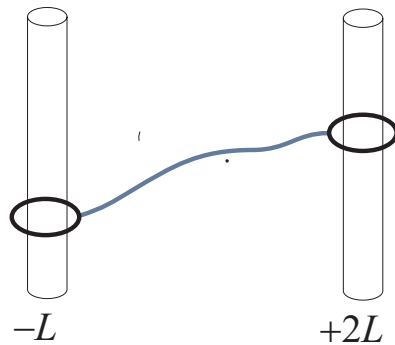
(Β) Σχεδιάστε τα δύο στιγμιότυπα του κύματος στο διάστημα $x = [0, 2\lambda]$ για τις χρονικές στιγμές $t_1 = 0$ και $t_2 = 150 \text{ ms}$.

(Γ) Βρείτε τη μέγιστη εγκάρσια ταχύτητα ενός σωματίου του σκοινιού.

(Δ) Υπολογίστε την μέση ισχύ του κύματος.

Άσκηση 10

Τα δύο άκρα μιας ιδανικής χορδής, μήκους $3L$ και γραμμικής πυκνότητας μ , η οποία τείνεται με τάση T , βρίσκονται στα σημεία $x = -L$ και $x = +2L$ και είναι ελεύθερα να ολισθαίνουν χωρίς τριβή κατά μήκος δύο στυλίσκων (βλέπε Σχήμα). Χωρίς να μεταβάλλετε τις συντεταγμένες των άκρων, βρείτε τις συχνότητες των κανονικών τρόπων ταλάντωσης της χορδής.



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

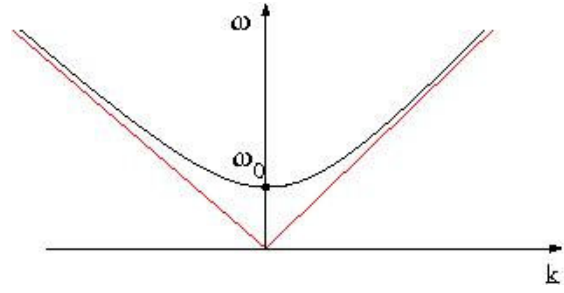
1) Διπλασιάζουμε την ένταση ενός ηχητικού κύματος διατηρώντας σταθερή τη συχνότητά του. Πως επηρεάζονται τα παρακάτω μεγέθη (Α) πλάτος μετατόπισης (Β) πλάτος πίεσης (Γ) επίπεδο έντασης (dB)

2) Από το σχ. 18.20 (Alonso-Finn) εκτιμήστε το ύψος των κύκλων στον φλοίσβο της παραλίας (μήκος κύματος $\lambda \sim 2$ m) και στο ωκεάνιο τσουνάμι ($\lambda \sim 200$ m).

3) Τοποθετούμε το στόμιο από ένα μπαλόνι στο ένα άκρο ενός ηχητικού σωλήνα και φυσάμε αέρα σε αυτόν. Παρατηρούμε ότι παράγεται ήχος συχνότητας f . Αν αντί για αέρα γεμίσουμε το μπαλόνι με Ήλιο της ίδιας πυκνότητας με τον αέρα θα παρατηρήσουμε μεταβολή στη συχνότητα του παραγόμενου ήχου ;

4) Δίνεται η καμπύλη διασποράς $\omega = \omega(k)$ όπως στο σχήμα . Να εκτιμηθούν οι ταχύτητες φάσης και ομάδας για

- (Α) $\omega = \omega_0$,
- (Β) μεγάλες συχνότητες ω
- (Γ) Έχουμε ομαλή ή ανώμαλη διασπορά;
- (Δ) Διαδίδονται κύματα για όλες τις συχνότητες;



5) Ένα αεροπλάνο κινείται με σταθερή ταχύτητα και εκπέμπει συνεχές ηχητικό σήμα συχνότητας 2kHz. Ακίνητος παρατηρητής όταν βλέπει το αεροπλάνο να απομακρύνεται από αυτόν μετράει συχνότητα ίση με 571 Hz. Προσδιορίστε την ταχύτητα του αεροπλάνου και υπολογίστε την συχνότητα που ακούει ο παρατηρητής όταν αυτό τον πλησιάζει.