

ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΑΝΟΙΚΤΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ

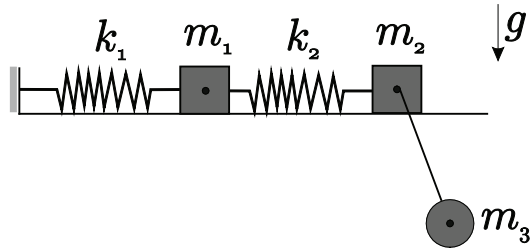
ΦΥΕ 34 2010-11

1^η ΕΡΓΑΣΙΑ

Προθεσμία παράδοσης 16/11/10

Άσκηση 1

Το σύστημα του Σχήματος αποτελείται από τρεις μάζες $m_1 = m$, $m_2 = 2m$ και $m_3 = 2m$ σε οριζόντιο τραπέζι. Η μάζα m_1 συνδέεται με ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k_1 = 2k$ στον τοίχο και με ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k_2 = k$ στη μάζα m_2 . Επίσης η



μάζα m_3 συνδέεται με αβαρή μπάρα στη μάζα m_2 και μπορεί να κινείται στο κάθετο στο τραπέζι επίπεδο. Οι τριβές αγνοούνται. Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι g και δίνεται ότι $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$ και το φυσικό μήκος των ελατηρίων είναι ℓ . Για μικρές ταλαντώσεις της μάζας m_3 .

A) Να βρεθούν οι διαφορικές εξισώσεις κίνησης του συστήματος.

B) Να βρεθούν οι κυκλικές συχνότητες των κανονικών τρόπων ταλάντωσης του συστήματος.

Άσκηση 2

Ένα είδος νυχτερίδας, (Rhinolophus), εκπέμπει ήχους από τα ρουθούνια της και μετά ακούει τους ήχους που ανακλώνται από το θήραμά της για να υπολογίσει την ταχύτητά του. Έστω ότι νυχτερίδα, η οποία κινείται με ταχύτητα μέτρου $v_b = 5\text{m/s}$ στην ίδια διεύθυνση έντομο, εκπέμπει ήχο συχνότητας $f_b = 83\text{kHz}$ και η ανακλώμενη συχνότητα που δέχεται είναι $f_r = 90\text{kHz}$. Ποια η ταχύτητα του εντόμου; (Θεωρείστε ταχύτητα του ήχου στον αέρα 340m/s)

Άσκηση 3

Ένα ηχητικό κύμα διαδίδεται στον αέρα μέσα σε κυλινδρικό σωλήνα διατομής A . Η πίεση στο σωλήνα μεταβάλλεται ως προς την ατμοσφαιρική πίεση σύμφωνα με την εξίσωση

$$\Delta p = 1.27 \sin(\pi x - 340\pi t) \quad \text{SI units}$$

Πάρτε $\rho_0 = 1.20\text{kg/m}^3$, $p_0 = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$, $\gamma = 1.4$ και υπολογίστε:

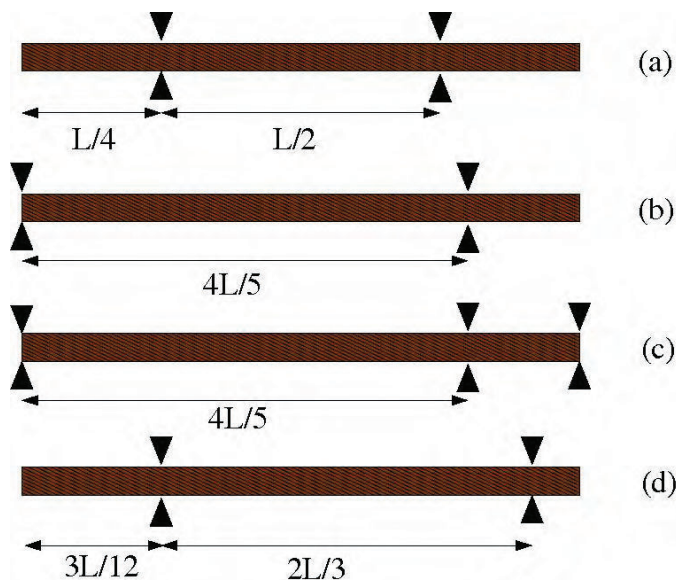
A) Το πλάτος των μεταβολών της πίεσης, τη συχνότητα, το μήκος κύματος και την ταχύτητα διάδοσης του ηχητικού κύματος.

B) Τη θερμοκρασία του αέρα.

Γ) Την εξίσωση της πυκνότητας $\rho(x, t)$. Ποια η μέση πυκνότητα του αέρα και ποιο το πλάτος μεταβολής της πυκνότητας.

Άσκηση 4

Στις στερεές ράβδους του σχήματος διαδίδονται εγκάρσια κύματα τα οποία συμβάλλουν έτσι ώστε να έχουμε στάσιμα κύματα. Η ράβδος στερεώνεται στα σημεία που δείχνεται στο σχήμα έτσι ώστε εκεί να έχουμε αναγκαστικά δεσμό. Σε κάθε περίπτωση (a)-(d) να υπολογίσετε τη βασική συχνότητα ταλάντωσης και το αντίστοιχο μήκος κύματος. Να κατατάξετε τις περιπτώσεις με ταξινόμηση από το μεγαλύτερο στο μικρότερο μήκος κύματος. Να φτιάξετε σχήμα με στιγμιότυπο του κύματος και να σημειώσετε τους αντίστοιχους δεσμούς και μέγιστα ταλάντωσης. Θεωρήστε ότι στα ελεύθερα άκρα των ράβδων ισχύει $\frac{\partial \xi}{\partial x} = 0$.



Άσκηση 5

Ορθογώνια μεμβράνη βάρους 20 γρ. με διαστάσεις 20cm x 30cm πάλλεται υπό σταθερή τάση έχοντας τις τέσσερις πλευρές πακτωμένες. Αν η δύναμη που τείνει την πλευρά των 30cm είναι 1 κιλό,

A) Πόση δύναμη τείνει την πλευρά των 20cm ($g=10\text{m/s}$), και ποιά η βασική συχνότητα;

B) Αν η μεμβράνη βρίσκεται στον 3^ο κατά σειρά συχνότητας κανονικό τρόπο ταλάντωσης (στην 3^η ιδιοσυχνότητα) πόσο είναι το μήκος του στασίμου κύματος, και ποιές οι θέσεις συσσωρεύσεως λεπτής άμμου πασπαλισμένης επάνω στην μεμβράνη;

Άσκηση 6

Κυλινδρική μεταλλική ράβδος αποτελούμενη από δύο διαδοχικά συγκολλημένα κομμάτια με μήκη L_1, L_2 διατμητικές τάσεις G_1, G_2 , και πυκνότητες ρ_1, ρ_2 , πακτωμένη στα άκρα, πάλλεται με μία από τις ιδιοσυχνότητες. Παρατηρείται ότι συγκόλληση είναι κομβικό σημείο του στάσιμου κύματος.

Να γραφεί η εξίσωση του στάσιμου κύματος και να διερευνηθούν οι συνθήκες επιτεύξεως αυτού.

Άσκηση 7

Εξετάστε ποιες από τις παρακάτω συναρτήσεις περιγράφουν κύμα στην μια διάσταση. Στις περιπτώσεις που η απάντηση είναι θετική προσδιορίστε το μέτρο της ταχύτητας φάσης (τα a και b είναι σταθερές). Ποια είναι αρμονικά κύματα;

A) $\sin(x)\cos(at) - \cos(x)\sin(at)$ B) $\frac{1}{x^2 - a^2 t^2} \Gamma x^2 - 2bt x + 2a x + b^2 t^2 - 2abt + \alpha^2$

Άσκηση 8

- A) Ξεκινώντας από τη σχέση (18.38) του βιβλίου των Alonso-Finn βρείτε στο όριο των μικρών μηκών κύματος $\left(\lambda \ll h, \lambda \ll \sqrt{\frac{T}{\rho g}} \right)$ την ταχύτητα φάσης των επιφανειακών κυμάτων (με $\lambda < 1\text{cm}$ γνωστών και ως «ρυτιδώσεων»).
- B) Υπολογίστε την ταχύτητα ομάδος των ρυτιδώσεων.

Άσκηση 9

Ένα γραμμικό τριατομικό σύστημα αποτελείται από τις μάζες $m_1=2m$, $m_2=m_3=m$ οι οποίες συνδέονται με ελατήρια σταθεράς k .

- A) Να γραφούν οι εξισώσεις κίνησης για τα τρία άτομα για μικρές κινήσεις.
- B) Να βρεθούν οι κυκλικές συχνότητες των κανονικών τρόπων ταλάντωσης του μορίου
- Γ) Να βρεθούν τα πλάτη των κανονικών ταλαντώσεων.
- Δ) Εξηγήστε τί κίνηση παριστά κάθε τρόπος ταλάντωσης;

Άσκηση 10

Σε ελαστική χορδή μήκους L και γραμμικής πυκνότητας μ τοποθετούνται αμελητέας μάζας δακτύλιοι έτσι ώστε να μπορεί να κινείται ελεύθερα κατά μήκος δυο παράλληλων κατακόρυφων αξόνων οι όποιοι βρίσκονται επίσης σε απόσταση L . Η τάση της χορδής διατηρείται σταθερή και ίση με T ενώ δεν λαμβάνεται υπόψη το πεδίο βαρύτητας.

- A) Να βρεθούν οι συχνότητες των κανονικών τρόπων ταλάντωσης της χορδής,
- B) Να βρεθεί η γενική έκφραση για έναν κανονικό τρόπο ταλάντωσης.
- Γ) Να επαναληφθούν τα (A) και (B) όταν τα δυο άκρα της χορδής είναι στα σημεία $x=-L/2$ και $x=L/2$ αντίστοιχα και να συγκριθούν τα νέα αποτελέσματα με τα προηγούμενα.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

- 1) Ένα αρμονικό κύμα συχνότητας 300Hz έχει φασική ταχύτητα 250m/s . Πόσο απέχουν δύο σημεία με διαφορά φάσεως 30° ;
- 2) Πως μεταβάλλεται η ακουστότητα ενός ηχητικού κύματος όταν το πλάτος της πίεσης διπλασιάζεται;
- 3) Υπολογίστε την ταχύτητα του ήχου στο Υδρογόνο, το Άζωτο και το Οξυγόνο στους 20°C . (Θεωρείστε και για τα τρία αέρια $\gamma = 1.40$)
- 4) Έστω ότι ένα κύμα της μορφής $\xi(x,t) = A \sin(kx - \omega t)$ διαδίδεται σε μια χορδή γραμμικής πυκνότητας μ . Να χρησιμοποιήσετε την σχέση $P = Fv$ όπου P η ισχύς, F η κάθετη συνιστώσα της δύναμης και v η κάθετη συνιστώσα της ταχύτητας και να βρείτε τη μέση τιμή της ισχύος που μεταφέρεται από τη χορδή.
- 5) Δύο αρμονικά κύματα ίσου πλάτους, ταχύτητας και συχνότητας, αλλά με διαφορά φάσης $\pi/4$, διαδίδονται σε ένα ελατήριο σε αντίθετες κατευθύνσεις. Δείξτε ότι το αποτέλεσμα της συνύπαρξης των δύο κυμάτων ισοδυναμεί με ένα κύμα της ίδιας συχνότητας και ταχύτητας. Ποιο είναι το πλάτος του;