

ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΑΝΟΙΚΤΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ

ΦΥΕ 34 2010-11

2^η ΕΡΓΑΣΙΑ

Προθεσμία παράδοσης 21/12/10

Άσκηση 1

Για το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο ηλεκτρομαγνητικού κύματος το οποίο διαδίδεται στο κενό γνωρίζουμε ότι

$$E_x = E_0 \cos(kz - \omega t)$$

$$B_x = B_0 \cos(kz - \omega t)$$

και επίσης

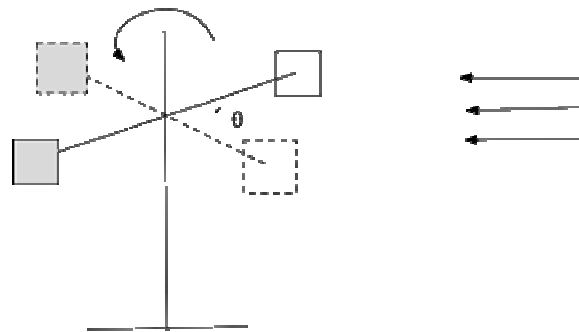
$$E_z = B_z = 0$$

Τα E_0, B_0, ω είναι γνωστά. Χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις του Maxwell

- Να υπολογιστεί πλήρως το ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο.
- Ποια η σχέση μεταξύ των μέτρων του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου;
- Ποια η πόλωση του κύματος;
- Να υπολογιστεί το διάνυσμα του Poynting και η ένταση του ΗΜ κύματος.

Άσκηση 2

Ένα απλό ακτινόμετρο είναι ένα σύστημα από δύο μικρές επιφάνειες Α οι οποίες συνδέονται με ένα βραχίονα μήκους $2L$ ο οποίος μπορεί να περιστραφεί γύρω από άξονα ο οποίος περνά από το μέσο του. Η όλη κατασκευή τοποθετείται σε διαφανή θάλαμο κενού και όταν φωτίζεται με ακτινοβολία το σύστημα



περιστρέφεται. Οι επιφάνειες είναι

ανακλαστικές από την μια πλευρά τους ενώ πλήρως απορροφητικές από την άλλη.

- Να βρεθεί η ροπή που εξασκείται στο ακτινόμετρο από την ηλιακή ακτινοβολία όταν προσπίπτει κάθετα στον άξονα περιστροφής του βραχίονα και να δοθεί αριθμητική τιμή της για γωνίες πρόσπτωσης $\theta = 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2, 2\pi$.
- Να γραφεί η εξίσωση περιστροφικής κίνησης του ακτινομετρου και να περιγραφεί ποιοτικά η κίνηση του βραχίονα. Να γίνει εκτίμηση της γωνιακής επιτάχυνσης του συστήματος και να βρεθεί προσεγγιστικά σε πόσο χρόνο θα κάνει 1 περιστροφή ανά δευτερόλεπτο.

Δίνεται η τιμή της ηλιακής σταθεράς $I=1.4\text{kW/m}^2$, $A=1\text{cm}^2$, $L=5\text{cm}$. Ο βραχίονας θεωρείται αβαρής ενώ η μάζα κάθε επιφάνειας είναι $M=0.1\text{g}$.

Άσκηση 3

Μια κεραία μήκους 1m εκπέμπει ραδιοσυχνότητα AM στο 1MHz και $I=1\text{A}$. (α) Να υπολογισθεί η συνολικά εκπεμπόμενη ισχύς απο την κεραία. (β) Ένας φοιτητής του ΕΑΠ με ένα δέκτη βρίσκεται σε απόσταση 5Km από τον σταθμό και μελετά την

εξάρτηση του σηματος που λαμβάνει απο την απόσταση. Ποιές είναι οι ελάχιστες αποστάσεις κατά την οριζόντια και κατακόρυφη κατεύθυνση απο την αρχική του θέση στις οποίες όταν μετακινηθεί ο δέκτης του θα λαμβάνει 5 dB μικρότερη ένταση;

Άσκηση 4

Δέσμη Η/Μ ακτινοβολίας συχνότητας f προσπίπτει καθέτως σε τζάμι πάχους d , δείκτη διαθλάσεως $n > 1$ (θεωρουμένου σταθερού για όλα τα μήκη κύματος). Η απορρόφηση του τζαμιού θεωρείται αμελητέα.

Α) Πόσο μικρότερο είναι το μήκος κύματος μέσα στο τζάμι απ' ότι στο κενό, και πόσα περισσότερα μήκη κύματος υπάρχουν μέσα στο τζάμι απ' ότι σε κενό πάχους d ;

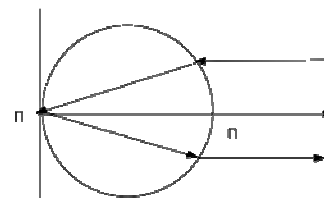
Β) Πόσο καθυστερεί το Η/Μ κύμα μέσα στο τζάμι απ' ότι σε κενό πάχους d ;

Γ) Πόση διαφορά φάσεως (εν σχέσει προς κενό πάχους d) υπάρχει στο σημείο εξόδου από το τζάμι;

Δ) Αν $d = 2mm$ και $n = 1.5$, για ποιές συχνότητες δεν υπάρχει η ως άνω διαφορά φάσεως; Σε ποιές περιοχές του φάσματος ανήκουν αυτές; Εξετάστε αν τούτο επιτυγχάνεται για συχνότητες του ορατού φάσματος: (4 έως 8) ($\times 10^{14}$ Hz).

Άσκηση 5

Ένα ανακλαστικό πέτασμα τοποθετείται στο πίσω μέρος διηλεκτρικής σφαίρας με δείκτη διάθλασης n' ενώ το σύστημα τοποθετείται σε μέσο με δείκτη διάθλασης $n = 4/3$. Να βρεθεί το n' έτσι ώστε ακτίνες που προσπίπτουν στην σφαίρα παράλληλα της ακτίνας ΠΠ' και κοντά της να εξέρχονται μετά την ανάκλαση παράλληλα στην αρχική ακτίνα.

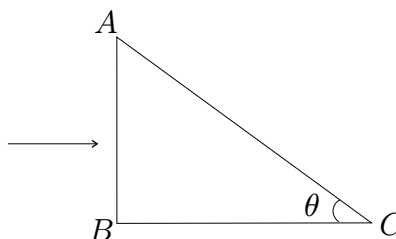


Άσκηση 6

Φως πέφτει κάθετα στην πλευρά AB του πρίσματος του Σχήματος.

Α) Αν το πρίσμα είναι κατασκευασμένου από γυαλί δείκτη διάθλασης 1.52, ποια είναι η μέγιστη γωνία θ για την οποία δεν εξέρχεται φως από την πλευρά AC (i) Αν το πρίσμα βρίσκεται στον αέρα; (ii) Αν το πρίσμα βρίσκεται στο νερό $n = 1.33$;

Β) Ποιος ο ελάχιστος δ.δ. υλικού του πρίσματος ώστε η εξερχόμενη δέσμη να είναι κάθετη στην εισερχόμενη (i) αν το πρίσμα βρίσκεται στον αέρα; (ii) αν το πρίσμα βρίσκεται στο νερό;



Άσκηση 7

Αν ένα επίπεδο κύμα είναι πολωμένο με το ηλεκτρικό του πεδίο να σχηματίζει γωνία α_i με το επίπεδο πρόσπτωσης, δείξτε ότι η γωνία που σχηματίζει το ηλεκτρικό πεδίο με το ίδιο επίπεδο στο διαθλώμενο και ανακλώμενο κύμα είναι

$$\tan \alpha_r = \frac{T_\sigma}{T_\pi} \tan \alpha_i$$

$$\tan \alpha_r' = \frac{R_\sigma}{R_\pi} \tan \alpha_i$$

αντίστοιχα. Αν το παραπάνω κύμα διαδίδεται στον αέρα ($n \approx 1$) και πέφτει στο νερό ($n = 1.33$) υπό γωνία $\theta_i = 37^\circ$ να υπολογίσετε τις γωνίες ανάκλασης και διάθλασης. Αν $\alpha_i = 33^\circ$ να υπολογίσετε τη στροφή του επιπέδου ταλάντωσης του ηλεκτρικού πεδίου στο ανακλώμενο και διαθλώμενο κύμα.

Άσκηση 8

Φοιτητής πλησιάζοντας σε φωτεινή πηγή που βρίσκεται στο ύψος των ματιών του, παρακολουθεί μέσα από γυαλιά Polaroid το είδωλο αυτής εξ ανακλάσεως στον οριζόντιο διαφανή πάτο λεκάνης. Το επίπεδο του πάτου κείται 57 cm κάτωθεν της πηγής. Όταν ο φοιτητής απέχει από την πηγή 176 cm παρατηρεί ότι το είδωλο εξαφανίζεται. Κατόπιν προσθέτει στην λεκάνη νερό βάθους 1 cm. Τότε βλέπει εξ ανακλάσεως δύο είδωλα. Αν ο δείκτης διαθλάσεως του νερού είναι 1.33 να δειχθεί ότι:

- A) υπάρχει απόσταση x του φοιτητή από την πηγή, για την οποία το ένα είδωλο εξαφανίζεται, και
- B) δεν υπάρχει απόσταση του φοιτητή από την πηγή, για την οποία το άλλο είδωλο να εξαφανίζεται.

Άσκηση 9

Φυσικό φως έντασης I_0 προσπίπτει σε σύστημα n πολωτών οι οποίοι έχουν τοποθετηθεί έτσι ώστε οι οπτικοί άξονες δύο διαδοχικών πολωτών να σχηματίζουν

γωνία $\frac{\pi}{2(n-1)}$. Ποια η ένταση του εξερχόμενου φωτός

- A) όταν έχουμε ένα μόνο πολωτή;
- B) για $n = 2$;
- Γ) για $n = 3$;
- Δ) για $n \gg 1$;
- E) Αν η απορρόφηση της έντασης σε κάθε πολωτή είναι 5% βρείτε με ένα πίνακα τιμών το βέλτιστο πλήθος πολωτών για $n \geq 2$ (έτσι ώστε να έχουμε μέγιστη εξερχόμενη ένταση) και την ένταση και γωνία πολώσεως της εξερχομένης δέσμης.

Άσκηση 10

Αποδείξτε τον τύπο του Larmor ολοκληρώνοντας σε όλες τις γωνίες την ακτινοβολούμενη ένταση από επιταχυνόμενο (με επιτάχυνση a) φορτίο q .

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1)A) Ποιος ο δείκτης διάθλασης του υλικού στο οποίο το φως έχει ταχύτητα 10% μικρότερη από την ταχύτητα στο κενό ;
B) Ένα ΗΜ κύμα έχει μήκος κύματος 540nm στο υλικό του ερωτήματος (A). Ποιο το μήκος κύματός του στο κενό;

2) Να βρεθούν οι τιμές των συντελεστών ανάκλασης και διάθλασης για μια δέσμη φωτός η οποία προσπίπτει υπό γωνία 30° (ως προς την κάθετη) σε μια διαχωριστική επιφάνεια αέρα-γυαλιού δείκτη διάθλασης 1.50 και να σχολιαστεί η σημασία του πρόσημου του κάθε συντελεστή.

3) Ξεκινώντας από τις εξισώσεις του Maxwell εξετάστε αν είναι δυνατόν να κατασκευάσουμε ένα καθαρά "ηλεκτρικό κύμα" το οποίο να διαδίδεται σε κενό χώρο

(δηλαδή ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα που έχει μόνο ηλεκτρικό αλλά όχι μαγνητικό πεδίο); Θα μπορούσαμε επίσης να κατασκευάσουμε ένα καθαρά “μαγνητικό κύμα”;

4) Μπορείτε να υπολογίσετε το βάθος διείσδυσης ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος στο χαλκό (την απόσταση δηλαδή στην οποία το πλάτος του ελαττώνεται στο $1/e$ της τιμής στην επιφάνεια), αν η συχνότητα του ΗΜ κύματος είναι

A) στην περιοχή των μικροκυμάτων $6 \times 10^9 \text{ Hz}$

B) στην ορατή περιοχή $6 \times 10^{14} \text{ Hz}$ και

Γ) στην περιοχή των ακτίνων X $6 \times 10^{18} \text{ Hz}$; Υποθέστε $\mu \approx \mu_0$.

5) Ένα αριστερόστροφο υλικό χαρακτηρίζεται από αρνητικό δείκτη διάθλασης.

A) Να συγκριθεί η διάθλαση ακτίνας από ένα υλικό με δείκτη διάθλασης $n > 0$ και αντίστοιχα από ένα με $n < 0$.

B) Θεωρούμε ένα πλακίδιο πεπερασμένου πάχους και τοποθετούμε ένα σημειακό φωτεινό αντικείμενο στην μια πλευρά του. Να βρεθεί το είδωλο του στην άλλη πλευρά για $n > 0$ και $n < 0$.

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

Οι εξισώσεις του Maxwell στο κενό σε διαφορική μορφή είναι

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$