

ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΑΝΟΙΚΤΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ

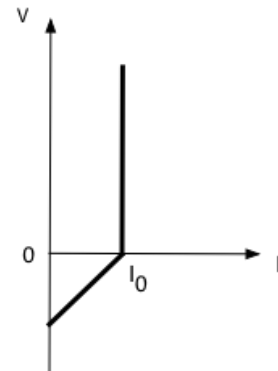
ΦΥΕ 34 2010-11

5^η ΕΡΓΑΣΙΑ

Προθεσμία παράδοσης 3/5/11

Άσκηση 1

Σε μία διάταξη φωτοηλεκτρικού φαινομένου χρησιμοποιείται μονοχρωματική ακτινοβολία μήκους κύματος $\lambda = 300\text{nm}$ και έντασης $10\mu\text{W}/\text{cm}^2$ ενώ είναι γνωστό ότι το μέταλλο επιφάνειας 0.2cm^2 που χρησιμοποιείται έχει απορροφητικότητα 5%. Θεωρείστε ότι η μεταβολή της εφαρμοζόμενης τάσης αλλάζει το φωτορεύμα με τον τρόπο που φαίνεται στο Σχήμα. Από το πείραμα βρίσκουμε ότι η κλίση της συνάρτησης $V(I)$ για αρνητικές τάσεις είναι $77.0\text{M}\Omega$. Να βρεθεί ποιο είναι το μέταλλο που χρησιμοποιείται στο πείραμα.

**Άσκηση 2**

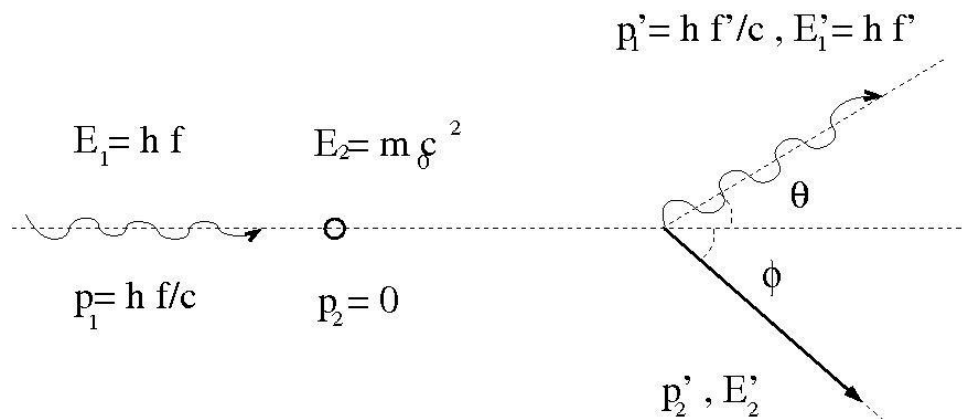
Λάβετε υπόψη το πρόβλημα της κατανομής ακτινοβολίας μέλανος σώματος που περιγράφεται στο Σχήμα 40.2 του βιβλίου του Serway. Σημειώστε ότι καθώς το T αυξάνεται το μήκος κύματος λ_{max} , στο οποίο η $I(\lambda, T)$ παρουσιάζει μέγιστο, μετατοπίζεται προς μικρότερα μήκη κύματος.

A) Αποδείξτε ότι υπάρχει μια γενική σχέση που συνδέει τη θερμοκρασία και το λ_{max} (γνωστή ως νόμος μετατόπισης του Wien), που εκφράζεται ως $T \cdot \lambda_{\text{max}} = \text{σταθερά}$.

B) Βρείτε μια αριθμητική τιμή αυτής της σταθεράς.

(Υπόδειξη: Χρησιμοποιείστε το νόμο ακτινοβολίας του Planck και σημειώστε ότι παρουσιάζει μέγιστο, δηλ. η κλίση της $I(\lambda, T)$ ως συνάρτηση του λ , λαμβάνει την τιμή μηδέν, όταν $\lambda = \lambda_{\text{max}}$. Κάνοντας τη γραφική παράσταση του νόμου του Planck, φαίνεται αμέσως ότι η συνάρτηση $y=1-e^{-x}$ τέμνει την $y=x/5$ στη θέση $x=4.96$).

Άσκηση 3



Δείξτε ότι η κινητική ενέργεια του ανακρουόμενου ηλεκτρονίου στο φαινόμενο Compton δίνεται από τη σχέση

$$T = \frac{hf\alpha(1 - \cos\theta)}{1 + \alpha(1 - \cos\theta)}$$

όπου $\alpha = \frac{hf}{m_0c^2}$, m_0 η μάζα ηρεμίας του ηλεκτρονίου.

Άσκηση 4

Για τα άτομα του Υδρογόνου και του Δευτερίου βρείτε τη διαφορά

- A) Των ενεργειών σύνδεσης των δέσμιων ηλεκτρονίων των βασικών καταστάσεων
- B) Των μηκών κύματος της πρώτης γραμμής της σειράς Lyman.

Άσκηση 5

Σωμάτιο μάζας m προσπίπτει σε φράγμα δυναμικού σταθερού ύψους U και εύρους L .

Εξετάστε κατά πόσον για τιμές της ενέργειας $\frac{\hbar^2}{2mL^2} < E < U$ ισχύει η προσέγγιση

ευρέος φράγματος $L \gg \delta$ στο φαινόμενο σήραγγος. Θεωρείστε $\delta \leq L/10$ και βρείτε τα επιτρεπτά όρια του L και του E συναρτήσει του U για

A) ηλεκτρόνιο, B) πρωτόνιο, Γ) σωμάτιο α .

Εφαρμογή: $U = 7\text{eV}$ (μια τυπική τιμή).

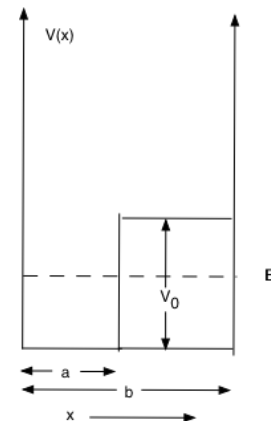
Άσκηση 6

Έχουμε ένα σωμάτιο σε ένα απειρόβαθο πηγάδι δυναμικού όπως στο σχήμα. Το πηγάδι χωρίζεται σε δύο τμήματα το πρώτο μήκους a με τιμή του δυναμικού ίση με μηδέν ενώ στο δεύτερο μήκους $b-a$ το δυναμικό έχει τιμή V_0 .

A) Να γραφεί η εξίσωση Schrodinger για κάθε μία από τις περιοχές του δυναμικού.

B) Να βρεθούν οι αντίστοιχες λύσεις συναρτήσει σταθερών.

Γ) Να βρεθεί η σχέση από την οποία θα υπολογισθούν οι ιδιοτιμές της ενέργειας



Άσκηση 7

Ένας μονοδιάστατος αρμονικός ταλαντωτής έχει την κυματοσυνάρτηση

$$\psi(x) = A x e^{-bx^2}$$

A) Αποδείξτε ότι η $\psi(x)$ ικανοποιεί την εξίσωση του Schroedinger (Εξίσωση 41.30 βιβλίου Serway).

B) Βρείτε τη σταθερά b και την ενέργεια E συναρτήσει της μάζας, της συχνότητας και φυσικών σταθερών.

Γ) Ποια η ενέργεια του εκπεμπόμενου φωτονίου όταν ένα σωματίδιο το οποίο βρίσκεται στην ανωτέρω κατάσταση πέφτει στη βασική;

Άσκηση 8

Σωματίδιο μάζας m βρίσκεται σε τρισδιάστατο κυβικό κουτί ακμής μήκους L . Η κατάσταση στην οποία βρίσκεται περιγράφεται από την κυματοσυνάρτηση $\psi(x, y, z, t) = A\Psi_{2,2,1}(x, y, z, t) + 2A\Psi_{2,1,2}(x, y, z, t)$ όπου $A > 0$ και

$$\Psi_{n_1, n_2, n_3}(x, y, z, t) = \left(\frac{2}{L}\right)^{3/2} \sin\left(\frac{n_1\pi}{L}x\right) \sin\left(\frac{n_2\pi}{L}y\right) \sin\left(\frac{n_3\pi}{L}z\right) e^{-iE_{n_1, n_2, n_3}t/\hbar},$$

για $0 < x < L, 0 < y < L, 0 < z < L$ και 0 αλλού, είναι οι στάσιμες καταστάσεις του σωματιδίου στις οποίες έχει ενέργεια

$$E_{n_1, n_2, n_3} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} (n_1^2 + n_2^2 + n_3^2)$$

A) Να δείξετε ότι $\int_0^L \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \sin\left(\frac{m\pi}{L}x\right) dx = \delta_{n,m} \frac{L}{2}$ για θετικούς ακέραιους n, m .

$\delta_{n,m} = 1$ όταν $n = m$ και $\delta_{n,m} = 0$ όταν $n \neq m$ είναι το δέλτα του Kronecker.

B) Να υπολογίσετε τη σταθερά $A > 0$ ώστε η κυματοσυνάρτηση $\psi(x, y, z, t)$ να είναι σωστά κανονικοποιημένη.

Άσκηση 9

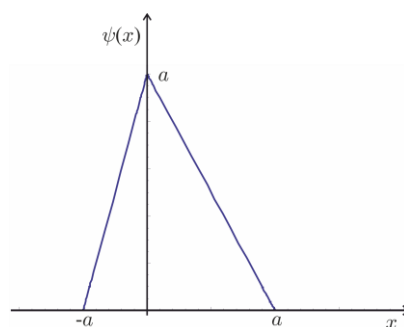
Η κυματοσυνάρτηση ενός σωματιδίου απεικονίζεται στο Σχήμα όπου a θετική σταθερά.

A) Να γραφεί η αναλυτική μορφή της κυματοσυνάρτησης

B) Εξετάστε αν είναι κανονικοποιημένη και αν όχι υπολογίστε το συντελεστή κανονικοποίησης.

Γ) Ποια η πιθανότητα να βρεθεί το σωματίδιο στην περιοχή $x < 0$;

Δ) Ποια η μέση τιμή της θέσης του σωματιδίου;



Ε) Υπολογίστε την αβεβαιότητα στη θέση του σωματιδίου;

Άσκηση 10

Πόση πιθανότητα έχει το ηλεκτρόνιο του ατόμου του υδρογόνου να βρεθεί μέσα σε ένα κώνο γωνίας $\theta=45^\circ$ περί τον άξονα z (ανεξαρτήτως αποστάσεως r και γωνίας φ) όταν είναι στην κατάσταση $2p$ με $m_\ell = 1$;

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

- 1) Η θερμοκρασία ενός μέλανος σώματος είναι $T_1 = 2500K$. Ποια η θερμοκρασία ενός άλλου μέλανος σώματος του οποίου το μήκος κύματος που αντιστοιχεί σε μέγιστη εκπομπή ξεπερνάει κατά $\Delta\lambda = 0.5\mu\text{m}$ το αντίστοιχο μήκος κύματος του πρώτου σώματος;
- 2) Η θέση ενός πρωτονίου είναι γνωστή με σφάλμα 10^{-8}m . Ποια η ελάχιστη απροσδιοριστία στη μέτρηση της ταχύτητάς του;
- 3) Αφού στο άτομο του υδρογόνου η $|\psi_{1s}(r=0)|$ είναι μέγιστη, γιατί το ηλεκτρόνιο έχει μηδενική πιθανότητα να βρεθεί στον πυρήνα ($r=0$);
- 4) Για ποια ταχύτητα ενός ηλεκτρονίου το μήκος κύματος de Broglie είναι ίσο με το μήκος κύματος Compton;
- 5) Άτομο του υδρογόνου βρίσκεται σε στάσιμη κατάσταση με ενέργεια -0.034eV και η γωνία που σχηματίζει η στροφορμή με έναν επιλεγμένο άξονα είναι $\theta = \frac{\pi}{6}$. Να προσδιοριστούν οι κβαντικοί αριθμοί n , ℓ και m_ℓ .