

## ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΑΝΟΙΚΤΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ

ΦΥΕ 34 2005-06

6<sup>η</sup> ΕΡΓΑΣΙΑ

Προθεσμία παράδοσης 06/06/06

**Άσκηση 1**

A) Η ενέργεια του ηλεκτρονίου στο άτομο του υδρογόνου είναι

$$E = \frac{p^2}{2m_e} - \frac{ke^2}{r}$$

Σύμφωνα με την αρχή της απροσδιοριστίας, αν η ακτίνα  $r$  του ηλεκτρονίου προσδιορίζεται με αβεβαιότητα  $\Delta r \approx r$ , η αβεβαιότητα  $\Delta p$  στην ορμή του  $p$ , πρέπει να είναι τουλάχιστον ίση με  $\hbar/r$ . Χρησιμοποιήστε την αρχή αυτή και βρείτε τις ελάχιστες τιμές των  $E$  και  $r$ . Συγκρίνετε τα αποτελέσματά σας με αυτά του Niels Bohr.

B) Αποδείξτε ότι η μέση τιμή της ακτίνας  $r$  του ηλεκτρονίου για την κατάσταση  $1s$  του ατόμου του υδρογόνου έχει την τιμή  $\frac{3a_0}{2}$ .

**Άσκηση 2**

A) Ο αριθμός  $N$  των ατόμων ενός συστήματος που βρίσκονται σε μια ορισμένη ενεργειακή κατάσταση  $E_n$  ονομάζεται πληθυσμός αυτής της κατάστασης. Αυτός ο αριθμός εξαρτάται από την ενέργεια αυτής της κατάστασης και από τη θερμοκρασία. Ο πληθυσμός των ατόμων σε μια κατάσταση ενέργειας  $E_n$  δίνεται από μια κατανομή Boltzmann του τύπου:

$$N_n = N_0 e^{-E_n/kT}$$

όπου  $N_0$  είναι ο πληθυσμός της κατάστασης όταν το  $E_n \rightarrow 0$ . (i) Βρείτε το λόγο των πληθυσμών των καταστάσεων  $E_3^*$  προς  $E_2$  του λέιζερ του Σχήματος 42.25 του βιβλίου του Serway, εάν υποθεθεί ότι  $T = 27^\circ\text{C}$ . (ii) Βρείτε το λόγο των πληθυσμών των δυο καταστάσεων ενός λέιζερ ρουμπινίου που παράγει φωτεινή δέσμη μήκους κύματος  $694.3\text{nm}$  στα  $4\text{K}$ .

B) Η δύναμη που ασκείται σε μια μαγνητική ροπή μέσα σε ένα ανομοιογενές μαγνητικό πεδίο  $B_z$  (κατά τη διεύθυνση του  $z$ ) δίνεται από τη σχέση

$$F_z = \mu_z \frac{dB_z}{dz}$$

όπου  $\mu_z$  είναι η προβολή στη διεύθυνση  $z$  αυτής της μαγνητικής ροπής.

Εάν μια δέσμη ατόμων αργύρου κινηθεί κατά μια οριζόντια απόσταση  $1\text{m}$  μέσα σε ένα τέτοιο πεδίο και κάθε άτομο έχει ταχύτητα  $100\text{m/s}$ , πόσο ισχυρή πρέπει να είναι η

βαθμίδα του πεδίου  $\frac{dB_z}{dz}$  ώστε να προκαλέσει στη δέσμη απόκλιση  $1\text{mm}$ ;

### Άσκηση 3

A) Υπολογίστε την ενέργεια ενός ηλεκτρονίου αγωγιμότητας στον άργυρο σε θερμοκρασία 800 K, αν η πιθανότητα να ανιχνευθεί το ηλεκτρόνιο σε αυτήν την κατάσταση είναι 0.95. Υποθέστε ότι η ενέργεια Fermi για τον άργυρο σε αυτήν τη θερμοκρασία είναι ίση με 5.48eV.

B) (i) Θεωρήστε ότι ένα σύστημα ηλεκτρονίων περιορίζεται σε ένα τρισδιάστατο κιβώτιο. Υπολογίστε το λόγο του αριθμού των επιτρεπτών ενεργειακών σταθμών στα 8.5 eV προς τον αριθμό των επιτρεπτών ενεργειακών σταθμών στα 7.0 eV. (ii) Ο χαλκός έχει ενέργεια Fermi ίση με 7.0 eV στα 300 K. Υπολογίστε το λόγο του αριθμού των κατειλημμένων σταθμών σε ενέργεια 8.5 eV προς τον αριθμό των κατειλημμένων σταθμών στην ενέργεια Fermi. Συγκρίνετε την απάντησή σας με αυτή που υπολογίσατε στο προηγούμενο ερώτημα.

### Άσκηση 4

Θεωρήστε ότι έχουμε το μόριο του HCl, το οποίο αποτελείται από ένα άτομο υδρογόνου μάζας 1u, ενωμένο με ένα άτομο χλωρίου μάζας 35 u. Η απόσταση ισορροπίας μεταξύ των ατόμων είναι 0.128 nm και απαιτείται έργο 0.15 eV για να αυξήσουμε ή να ελαττώσουμε αυτήν την απόσταση κατά 0.01nm. (i) Υπολογίστε τις τέσσερις χαμηλότερες ενέργειες περιστροφής (σε eV) που είναι δυνατές, εάν υποθεθεί ότι το μόριο περιστρέφεται άκαμπτο. (ii) Βρείτε τη «σταθερά ελατηρίου» του μορίου και την κλασική συχνότητα ταλάντωσης. (Σημείωση: Υπενθυμίζεται ότι  $U = \frac{1}{2} Kx^2$ ).

(iii) Βρείτε τις δυο χαμηλότερες ενέργειες ταλαντώσεως και το κλασικό πλάτος ταλαντώσεως που αντιστοιχεί σε κάθε μια από αυτές τις ενέργειες.

### Άσκηση 5

(i) Υποθέστε ότι το μόριο του υδρογόνου ( $H_2$ ) είναι ένας απλός αρμονικός ταλαντωτής με απόσταση ισορροπίας  $r_0 = 0.074 \text{ nm}$ . Υπολογίστε το διάστημα μεταξύ ενεργειακών σταθμών ταλάντωσης του  $H_2$ . Η μάζα του ατόμου του υδρογόνου είναι  $1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ . (Υπόδειξη: Υπολογίστε τη σταθερά ελατηρίου  $k$ , εξισώνοντας τη δύναμη «ελατηρίου» με τη μεταβολή που επέρχεται στην άπωση Coulomb μεταξύ των πρωτονίων, όταν τα άτομα βρεθούν κατά τι πιο κοντά από το  $r_0$ , υποθέτοντας ότι η χημική δύναμη σύνδεσης παραμένει σχεδόν αμετάβλητη όταν το  $r$  ελαττωθεί κατά τι ως προς το  $r_0$ .)

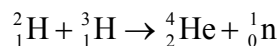
(ii) Από τα αποτελέσματα του (i) υπολογίστε το διάστημα μεταξύ σταθμών λόγω ταλαντώσεων για το μόριο του δευτερίου  $D_2$ . Υποθέστε ότι η σταθερά ελατηρίου είναι ίδια στα μόρια  $H_2$  και  $D_2$ . Η μάζα του ατόμου του δευτερίου είναι  $3.34 \times 10^{-27} \text{ kg}$ .

### Άσκηση 6

Η απόσταση ισορροπίας των ατόμων του NaCl είναι 0.2361nm. Η μάζα του ατόμου του νατρίου είναι  $3.8176 \times 10^{-26} \text{ kg}$ . Το χλώριο έχει δυο σταθερά ισότοπα,  $^{35}\text{Cl}$  και  $^{37}\text{Cl}$ , που έχουν διαφορετικές μάζες αλλά τις ίδιες χημικές ιδιότητες. Οι μάζες τους είναι  $5.8068 \times 10^{-26} \text{ kg}$  και  $6.1384 \times 10^{-26} \text{ kg}$ , αντίστοιχα. (i) Υπολογίστε το μήκος κύματος του φωτονίου που εκπέμπεται κατά τις μεταβάσεις  $\ell = 2 \rightarrow \ell = 1$  και  $\ell = 1 \rightarrow \ell = 0$  για το  $\text{Na}^{35}\text{Cl}$ . (ii) Επαναλάβετε για το  $\text{Na}^{37}\text{Cl}$ . Ποιες είναι οι διαφορές των μηκών κύματος για τα δυο ισότοπα;

### Άσκηση 7

A) (i) Υπολογίστε την ενέργεια (kWh) που ελευθερώνεται εάν 1 kg από  $^{239}\text{Pu}$  υποστεί πλήρη σχάση και η ενέργεια που ελευθερώνεται ανά σχάση είναι 200 MeV. (ii) Υπολογίστε την ενέργεια (σε MeV) που ελευθερώνεται στη σύντηξη D-T:



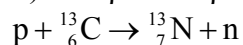
(iii) Υπολογίστε την ενέργεια (σε kWh) που ελευθερώνεται εάν 1 kg δευτερίου υποστεί σύντηξη. (iv) Υπολογίστε την ενέργεια (σε kWh) που ελευθερώνεται κατά την καύση 1 kg άνθρακα εάν η κάθε αντίδραση  $\text{C} + \text{O}_2 \rightarrow \text{CO}_2$  αποδίδει 4.2 eV.

B) Ένα δείγμα ραδιενεργού υλικού περιέχει  $10^{15}$  άτομα και έχει ενεργότητα ίση με  $6.00 \times 10^{11} \text{Bq}$ . Ποίος είναι ο χρόνος υποδιπλασιασμού αυτού του υλικού;

### Άσκηση 8

A) Δείξτε ότι η ενέργεια που εκλύεται από 111g καθαρού  $^{235}_{92}\text{U}$  που υφίσταται σχάση ( $Q=208\text{MeV}$ ) είναι αρκετή για να κρατήσει αναμμένο έναν ηλεκτρικό λαμπτήρα των 100W επί 3000 χρόνια.

B) Μπορεί να πραγματοποιηθεί η πυρηνική αντίδραση



με πρωτόνια ενέργειας 2MeV; Η μάζα του ατόμου  $^{13}_7\text{N}$  είναι 13.005738u. (Χρησιμοποιήστε πίνακες του βιβλίου για τα άλλα δεδομένα).

### Άσκηση 9

Ένα ηλεκτρικό εργοστάσιο λειτουργεί από τη θερμική ενέργεια που παράγει ένας αντιδραστήρας. Η ηλεκτρική ισχύς εξόδου του εργοστασίου είναι 1 GW και η απόδοσή του είναι 28%. Το ουράνιο είναι εμπλουτισμένο με 3%  $^{235}\text{U}$ . (i) Βρείτε την ολική ισχύ που παράγει ο αντιδραστήρας. (ii) Πόση ισχύς αποβάλλεται στο περιβάλλον ως θερμότητα; (iii) Υπολογίστε το ρυθμό των σχάσεων στον πυρήνα του αντιδραστήρα. (iv) Υπολογίστε τη μάζα του  $^{235}\text{U}$  που χρησιμοποιείται σε ένα χρόνο. (v) Χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα του (i) προσδιορίστε το ρυθμό με τον οποίο τα καύσιμα μετατρέπονται σε ενέργεια (σε kg/s) στον πυρήνα του αντιδραστήρα και συγκρίνετε την απάντησή σας με το αποτέλεσμα του (iv).

### Άσκηση 10

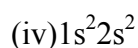
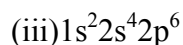
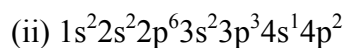
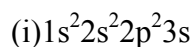
A) Διάφορες μετρήσεις υποδεικνύουν ότι το 27.83% όλων των ατόμων ρουβιδίου στη γη ανήκουν στο ραδιενεργό ισότοπο  $^{87}\text{Rb}$ . Ο χρόνος υποδιπλασιασμού του  $^{87}\text{Rb}$  είναι  $4.89 \times 10^{10} \text{y}$ . Το υπόλοιπο ποσοστό ανήκει στο σταθερό ισότοπο  $^{85}\text{Rb}$ . Τι ποσοστό των ατόμων ρουβιδίου ήταν  $^{87}\text{Rb}$  τη στιγμή της γένεσης του ηλιακού συστήματος πριν από  $4.6 \times 10^9 \text{y}$ , εάν υποθέσουμε ότι έκτοτε δεν δημιουργήθηκαν άλλα άτομα  $^{87}\text{Rb}$  από άλλες πηγές;

B) Τα ραδιοϊσότοπα χρησιμοποιούνται σε μια ποικιλία τεχνικών βιομηχανικής παραγωγής και βιομηχανικών αναλύσεων. Μετρήσεις φθοράς μπορούν να γίνουν με την εξής μέθοδο: κατασκευάζεται ένας κινητήρας αυτοκίνητου με δακτύλιους στεγανότητας (“ελατήρια”) των εμβόλων, που έχουν μάζα 100g και περιέχουν  $^{59}\text{Fe}$  με ενεργότητα 10  $\mu\text{Ci}$  ο οποίος έχει χρόνο υποδιπλασιασμού 45 ημέρες. Η μηχανή τίθεται σε λειτουργία επί 1000 ώρες και κατόπιν αδειάζονται τα λάδια και μετριέται η ενεργότητά τους. Εάν η ενεργότητα των λαδιών της μηχανής είναι 70 διασπάσεις/s, πόση μάζα των δακτυλίων στεγανότητας (“ελατηρίων”) εφθάρη ανά ώρα λειτουργίας του κινητήρα;

## ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1) Μετά την έκρηξη του Τσερνόμπιλ το 1986, αφιερώθηκαν πολλές δημοσιογραφικές εκπομπές για σχόλια και μέτρα προστασίας. Σε μια από αυτές σχολιάζονταν τα μέτρα προστασίας για ανιχνευθείσα ακτινοβολία κάποιου ραδιενεργού στοιχείου A με χρόνο ημιζωής μερικά έτη, από δείγματα ενεργότητας 2-3 Bq, ενώ έλεγαν ότι η ακτινοβολία άλλου στοιχείου B "ήταν ακόμη μεγάλη και θα επανερχόταν στα όρια των 2-3 Bq σε 10 εβδομάδες". Αργότερα ελέγχθη ότι το στοιχείο B είχε χρόνο ημιζωής μια εβδομάδα. Τί συμπεραίνετε για την αποσιωπώμενη ακτινοβολία; Ποιές τάξεις μεγέθους σχολιάστηκαν, και ποιες αποσιωπήθηκαν;

2) A) Ποιες από τις παρακάτω ηλεκτρονιακές διατάξεις ουδετέρων ατόμων είναι παραδεκτές και ποιες όχι και γιατί;



B) Ποιες από τις παραδεκτές ηλεκτρονιακές διατάξεις είναι θεμελιώδεις και ποιες διεγερμένες και για ποια στοιχεία πρόκειται;

3) Από χάρτη μετρήσεων του ρυθμού της απορροφηθείσας δόσης, που οφείλεται στη φυσική ραδιενέργεια  $\gamma$  γήινης προέλευσης, βρίσκουμε ότι στην περιοχή της Θεσσαλίας ο ρυθμός αυτός κυμαίνεται κατά τη διάρκεια ενός έτους μεταξύ των ορίων (20-40) nGy/h (δίνεται ότι  $1\text{Gray} \equiv 1\text{Gy} = 100\text{rad}$ ). Υπολογίστε τη μέγιστη ετήσια ισοδύναμη δόση σε Sv. (δίνεται ότι  $1\text{Sievert} = \text{σήβεργ} = 1\text{Sv} = 100\text{rem}$ ).

4) Υποθέστε ότι πρόκειται να κατασκευάσετε ένα επίμηκες σωληνοειδές χρησιμοποιώντας για περιέλιξη ένα πολύ λεπτό υπεραγωγίμο σύρμα, έτσι ώστε η μαγνητική ροή που διέρχεται από μια κάθετη διατομή του σωληνοειδούς να ισούται με ένα κβάντο ροής  $= 2.07 \times 10^{-15} \text{T} \cdot \text{m}^2$ . Εάν το σωληνοειδές έχει 100 σπείρες ανά μέτρο και διαρρέεται από ρεύμα 30mA, ποια ακτίνα πρέπει να έχει το σωληνοειδές;

- 5) A) Το βάθος διείσδυσης του μαγνητικού πεδίου για το μόλυβδο (Pb) σε  $T=0\text{K}$  είναι  $39\text{ nm}$ . Βρείτε το βάθος διείσδυσης του μολύβδου σε  $4.2\text{ K}$ .
- B) Υπολογίστε το ενεργειακό χάσμα για καθέναν από τους υπεραγωγούς τύπου I και II που δίνονται στους Πίνακες 44.1 και 44.2 του βιβλίου του Serway αντίστοιχα, όπως προβλέπεται από τη θεωρία BCS.