

ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΑΝΟΙΚΤΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ

ΦΥΕ 34 2007-08

4^η ΕΡΓΑΣΙΑ

Προθεσμία παράδοσης 11/3/08

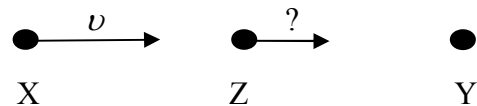
Άσκηση 1

Φοιτητές δίνουν εξετάσεις σε ένα διαστημόπλοιο A το οποίο πλησιάζει τη Γη με ταχύτητα $0.65c$. Ένα άλλο διαστημόπλοιο B το οποίο κινείται κατά την ίδια διεύθυνση και φορά με το A, απομακρύνεται από τη Γη με ταχύτητα $0.25c$. Η διάρκεια της εξέτασης στο ΣΑ του B είναι 45 min. Να βρεθεί πόσο διαρκεί η εξέταση

- (α) Για έναν παρατηρητή στη Γη
(β) Σύμφωνα με τους φοιτητές.

Άσκηση 2

Το διαστημόπλοιο X κινείται με ταχύτητα v ως προς το διαστημόπλοιο Y το οποίο θεωρούμε ακίνητο.



- A) Με ποια ταχύτητα πρέπει να κινείται το διαστημόπλοιο Z (βλ. Σχήμα) έτσι ώστε να βλέπει τα X και Y να το πλησιάζουν με την ίδια ταχύτητα;
B) Στο σύστημα αναφοράς του Y ποιος ο λόγος της μεταβολής των αποστάσεων XZ προς ZY;
Γ) Εξετάστε και σχολιάστε το όριο $v \ll c$ της απάντησης (A).

Άσκηση 3

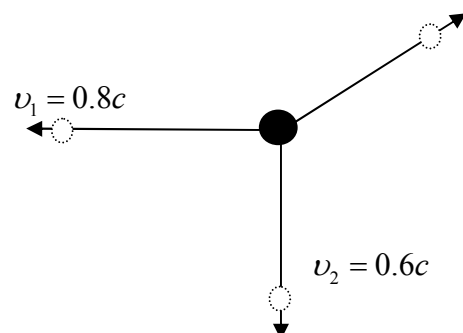
Το ποζιτρόνιουμ είναι μια δέσμη κατάσταση ενός ηλεκτρονίου και ενός αντιηλεκτρονίου το καθένα από τα οποία έχει μάζα m_e . Η ενέργεια σύζευξης των δύο σωματιδίων είναι E_b . Αν το ποζιτρόνιουμ διασπαστεί εκπέμποντας δύο φωτόνια

- A) Υπολογίστε την ενέργεια, ορμή, ταχύτητα και συχνότητα του κάθε φωτονίου στο ΣΑ του ποζιτρόνιουμ.
B) Υπολογίστε την συχνότητα του κάθε φωτονίου αν θεωρήσουμε ότι το ποζιτρόνιουμ είχε αρχική ταχύτητα v ως προς ακίνητο παρατηρητή πριν διασπαστεί.
Γ) Εκφράστε την συχνότητα του κάθε φωτονίου στο κινούμενο ΣΑ (ποζιτρόνιουμ) ως προς τη συχνότητα στο ακίνητο ΣΑ (παρατηρητής) και σχολιάστε το αποτέλεσμα.

Άσκηση 4

Ακίνητο σώμα μάζας M διασπάται σε τρία σωματίδια ίσων μαζών. Τα δύο σωματίδια εκπέμπονται κάθετα και με ταχύτητες μέτρου $v_1 = 0.8c$ και $v_2 = 0.6c$ όπως παρουσιάζεται στο σχήμα. Να υπολογιστούν:

- A) Η ταχύτητα του τρίτου σωματιδίου
B) Η γωνία που σχηματίζει η διεύθυνση κίνησης του τρίτου σωματιδίου με τη διεύθυνση της ταχύτητας v_1



Γ) Ο λόγος της μάζας ενός εκ των τριών σωματιδίων ως προς τη μάζα του αρχικού σώματος (M).

Άσκηση 5

Σχετικιστικό σωματίδιο μάζας m επιταχύνεται, στο ιδιοσύστημά του, με σταθερή επιτάχυνση μέτρου a_p

A) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σωματιδίου συναρτήσει του χρόνου στο ΣΑ του εργαστηρίου αν θεωρηθεί ότι κινείται κατά μήκος του άξονα των x και με φορά προς τα δεξιά και τη χρονική στιγμή $t = 0$ το σωματίδιο βρίσκεται στη θέση $x = 0$ και έχει μηδενική ταχύτητα.

B) Να υπολογιστεί η θέση του σωματιδίου συναρτήσει του χρόνου στο ΣΑ του εργαστηρίου.

Γ) Να υπολογιστεί η δύναμη που πρέπει να ασκείται στο σωματίδιο για να ισχύουν τα παραπάνω στο ΣΑ του εργαστηρίου.

Υπόδειξη: Μπορείτε να θεωρήσετε ότι η επιτάχυνση στο ΣΑ του εργαστηρίου δίνεται από

$$a = \frac{dv}{dt} = \gamma^{-3} a_p$$

Υπόδειξη: Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε το ολοκλήρωμα $\int \frac{dx}{(1-x^2)^{3/2}} = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

Άσκηση 6

Δεχόμαστε από ένα απομακρυσμένο γαλαξία φως μετατοπισμένο προς το ερυθρό. Η χαρακτηριστική γραμμή Lyman α του Υδρογόνου, με μήκος κύματος 126nm στο ΣΑ του εργαστηρίου, παρατηρείται σε μήκος κύματος 270nm.

A) Αν υποθέσουμε ότι αυτή η μετατόπιση οφείλεται σε ακτινική κίνηση του γαλαξία ως προς τη Γη υπολογίστε την ταχύτητα του γαλαξία και προσδιορίστε τη φορά της κίνησης.

B) Ποια θα ήταν η ταχύτητα του γαλαξία σύμφωνα με τη Νευτώνεια θεωρία;

Άσκηση 7

Ένα βαγόνι ιδιομήκους L κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα $v=c/5$ ως προς τη γη. Ακίνητος παρατηρητής μέσα στο βαγόνι που βρίσκεται σε απόσταση $L/3$ από την αρχή του βαγονιού, λαμβάνει ταυτόχρονα το φως από δύο φώτα W και Z τα οποία βρίσκονται στην αρχή και στο τέλος του βαγονιού αντίστοιχα (ο παρατηρητής και τα δυο φώτα βρίσκονται σε ευθεία παράλληλη με τον άξονα του βαγονιού)

A) Ποια η διαφορά χρόνου ανάμεσα στο άναμμα των δύο φώτων W και Z για τον παρατηρητή που βρίσκεται στο βαγόνι;

B) Ποια η διαφορά χρόνου ανάμεσα στο άναμμα των δύο φώτων για ακίνητο παρατηρητή στη Γη, ο οποίος βρίσκεται στην ευθεία κίνησης του βαγονιού και βλέπει το βαγόνι να τον πλησιάζει;

Γ) Ποια είναι η σχέση του χρόνου t_{wz} που θα χρειαστεί ένα φωτόνιο από την πηγή W να φτάσει την πηγή Z με το χρόνο t_{zw} που θα χρειαστεί ένα φωτόνιο από την πηγή Z φτάσει την πηγή W για τον κάθε ένα από τους δυο παρατηρητές των προηγούμενων υποερωτημάτων.

Άσκηση 8

Δύο ίδια σωματίδια μάζας m και ταχύτητας μέτρου V κινούμενα αντιθέτως συγκρούονται και αντ' αυτών παράγονται τρία ακίνητα σωματίδια με μάζες m, m', m'' όπου $m' + m'' > m$. Από τους μετασχηματισμούς Lorentz της ενέργειας E και της

ορμής \vec{p} , δείξτε ότι το τετρα-εσωτερικό γινόμενο των τετρανουσμάτων της ορμής είναι αναλλοίωτο, δηλ. $p_1^\mu \odot p_2^\mu \equiv \eta_{\mu\nu} p_1^\mu p_2^\nu \equiv E_1 E_2 - \vec{p}_1 \vec{p}_2 = \text{σταθ.}$, και με χρήση αυτού και της διατήρησης της τετραορμής $p_1^\mu + p_2^\mu = p_3^\mu + p_4^\mu + p_5^\mu$ βρείτε στο σύστημα ηρεμίας του 2^{ου} σωματίου την ελάχιστη κινητική ενέργεια που πρέπει να έχει το 1^ο για να γίνει αυτή η αντίδραση. Βρείτε την αντίστοιχη κινητική ενέργεια ως προς ΣΑ του κέντρου μάζας.

Υπόδειξη: Λάβετε την τιμή εκάστου $p_a^\mu \odot p_b^\mu = \text{σταθ.}$ από όποιο σύστημα αναφοράς προτιμάτε.

Άσκηση 9

Παρατηρητής στα ΣΑ του εργαστηρίου μετράει το ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο και τα βρίσκει $\vec{E} = (E_x, E_y, E_z)$ και $\vec{B} = (B_x, B_y, B_z)$ αντίστοιχα. Από αυτά υπολογίζει τις ποσότητες $w = \vec{E} \cdot \vec{B}$ και $u = \vec{E}^2 - c^2 \vec{B}^2$. Διερχόμενος παρατηρητής κινούμενος με ταχύτητα $\vec{v} = (0, 0, v)$ ως προς το ΣΑ του εργαστηρίου μετράει τις ίδιες ποσότητες και σε τηλεφωνική του επικοινωνία με τον πρώτο διαπιστώνουν ότι οι τιμές των w, u στα δύο συστήματα αναφοράς συμπίπτουν. Εξετάστε αν τα συμπεράσματά τους είναι σωστά για κάθε μία από τις δύο ποσότητες.

Υπόδειξη: Το ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο \vec{E}', \vec{B}' σε ένα κινούμενο σύστημα αναφοράς, το οποίο κινείται με σταθερή ταχύτητα κατά μήκος του άξονα z ($\vec{v} = v \hat{z}$) ως προς αδρανειακό σύστημα αναφοράς στο οποίο έχουμε \vec{E}, \vec{B} , δίνονται από

$$\begin{aligned} E'_x &= \gamma(E_x - v B_y) & B'_x &= \gamma\left(B_x + \frac{v}{c^2} E_y\right) \\ E'_y &= \gamma(E_y + v B_x) & B'_y &= \gamma\left(B_y - \frac{v}{c^2} E_x\right) \\ E'_z &= E_z & B'_z &= B_z \end{aligned}$$

Άσκηση 10

Τραίνο (Σ' , με αρχή αξόνων το μέσον αυτού) ταχύτητας $v_x = V$ και μήκους $AB = 2L$ ως προς τη Γή (Σ) έχει στα άκρα του A, B, από ένα μικρό κατοπτρικό σφαιρίδιο. Σφαιρικός φωτεινός παλμός ξεκινά στο $x = x' = 0$ όταν $t = t' = 0$, και ανακλάται στα σφαιρίδια που δρουν ως σημειακές πηγές κατά Huygens.

A) Με χωροχρονικό διάγραμμα ως προς τη Γη ναδειχθεί ότι οι ανακλώμενοι σφαιρικοί παλμοί συναντώνται στο μέσον $x' = 0$.

B) Ναδειχθεί ότι αργότερα αυτοί τέμνονται κατά κύκλο αυξανόμενου μεγέθους, του οποίου το κέντρο βρίσκεται πάντοτε στο $x' = 0$, και άρα αποτελεί το μεσοκάθετο επίπεδο $y'z'$ του Σ' .

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

- 1) Ένα ηλεκτρόνιο κινείται με 80% της ταχύτητας του φωτός. Αν θέλαμε να ξέρουμε την ορμή του με σφάλμα μόνο 5%, θα αρκούσε ο τύπος $p = mv$;
- 2) Σε ένα ΣΑ το γεγονός Α λαμβάνει χώρα στο $x = 0, ct = 0$ και το γεγονός Β συμβαίνει στο $x = 2, ct = 1$ σε δεδομένες μονάδες μήκους. Εξετάστε αν υπάρχει ΣΑ στο οποίο τα δύο γεγονότα είναι ταυτόχρονα και αν ναι ποιο είναι αυτό;
- 3) Σχολιάστε την πρόταση: « Το μήκος μια ράβδου όταν κινείται με ταχύτητα v δεν είναι στην πραγματικότητα μικρότερο από το μήκος της ίδιας ράβδου όταν είναι ακίνητη, απλώς φαίνεται μικρότερο». Συμφωνείτε;
- 4) Δείξτε ότι για ένα σωματίδιο ενέργειας E και ορμής p η ταχύτητα μπορεί να υπολογιστεί ως $v = \frac{\partial E}{\partial p}$.
- 5) Δέσμη LASER εκπέμπεται οριζόντια από πηγή η οποία βρίσκεται στο τοίχωμα ενός ασανσέρ και σε ύψος h από το δάπεδο. Αν ασανσέρ πέφτει ελεύθερα στο πεδίο βαρύτητας της Γης περιγράψτε την πορεία της δέσμης (σε ποιο ύψος θα χτυπήσει το απέναντι τοίχωμα) Α) ως προς το ασανσέρ, Β) ως προς τη Γη. Σε ποια φυσική αρχή στηρίζεται η απάντησή σας;