6/5/2008

ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΑΝΟΙΚΤΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ

ΦΥΕ 34   2007-08

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ 6ης ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Προθεσμία παράδοσης 3/6/08

Άσκηση 1

Α)

i) Αφού το άτομο βρίσκεται στην κατάσταση 5g, έχουμε n=5 και l=4, άρα το πλήθος των καταστάσεων είναι $2l+1=9, \quad (m_l=-4,-3,-2,-1,0,+1,+2,+3,+4)$

ii) Η ενεργειακή διαφορά ανάμεσα σε δύο γειτονικά ενεργειακά επίπεδα είναι $\Delta U = E_{m_l+1} - E_{m_l} = \mu_{\rm B}B(m_l+1) - \mu_{\rm B}Bm_l = \mu_{\rm B}B =$

$= (5.79\times10^{-5}\ \text{eV/T})(0.600\ \text{T}) = 3.47\times10^{-5}\ \text{eV} = 5.56\times10^{-24}\ \text{J}.$

iii) Η μέγιστη ενεργειακή διαφορά είναι αυτή μεταξύ των επιπέδων m_l=-4 και m_l=+4: $\Delta U_{-4,+4} = 8\mu_{\rm B}B = 8(5.79\times10^{-5}\ \text{eV/T})(0.600\ \text{T}) = 2.78\times10^{-4}\ \text{eV} = 4.45\times10^{-23}\ \text{J}.$

Β)

i) Η ενέργεια αλληλεπίδρασης της μαγνητικής ροπής του ηλεκτρονίου λόγω σπιν με το εξωτερικό μαγνητικό πεδίο είναι

$$U = -\boldsymbol{\mu}_{\rm S}\cdot\mathbf{B} = -\mu_z B = -\frac{q}{2m_e} g S_z B = \frac{e\hbar}{2m_e} g B m_S = \mu_B g B m_S$$

όπου $\mu_B = 5.79\times10^{-5} eV/T$ η μαγνητόνη του Bohr, $g=2$ ο παράγοντας g του ηλεκτρονίου, και $m_S=\pm1/2$ ο κβαντικός αριθμός της κατάστασης του ηλεκτρονικού σπιν. Άρα έχουμε

$$\left.\begin{aligned} U_+ &= +\mu_B 2B\frac{1}{2} \\ U_- &= -\mu_B 2B\frac{1}{2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \Delta E = U_+ - U_- = 2\mu_B B \Rightarrow \Delta E = 11.58\times10^{-5}\cdot B\ \ [\text{eV}]$$

όπου το μαγνητικό πεδίο B δίνεται σε Tesla.

ii) Από τη συνθήκη συντονισμού βρίσκουμε

$$\Delta E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow B = \frac{1}{11.58\times10^{-5}}\frac{4.1357\times10^{-15}\cdot2.998\times10^{8}}{3\times10^{-2}}\left[\frac{\text{eV}\cdot\text{s}}{\text{eV}}\frac{\text{m}}{\text{s}}\frac{\text{T}}{\text{m}}\right]$$

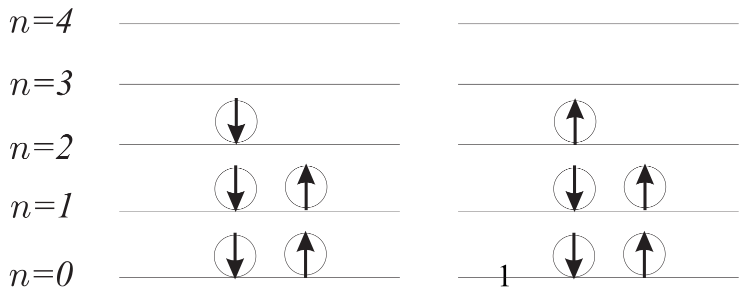
$\Rightarrow B = 0.3569\,\text{T}$

Άσκηση 2

Α) Οι ενεργειακές στάθμες του αρμονικού ταλαντωτή δίνονται από

$$E_n = \hbar\omega\left(n+\frac{1}{2}\right),\ n = 0,1,2,\ldots$$

Λόγω της απαγορευτικής αρχής του Pauli μπορούν σε κάθε στάθμη να τοποθετηθούν το



πολύ δύο σωματίδια με αντίθετα σπιν. Συνεπώς η διάταξη της βασικής κατάστασης θα είναι μια από αυτές του σχήματος και η ολική ενέργεια του συστήματος θα δίνεται από

$$E = 2E_0 + 2E_1 + E_2 = hf\left(1+3+\frac{5}{2}\right) = \frac{13}{2}hf$$

$$= \frac{13}{2}4.136\times10^{-15}\,\text{eV}\bullet\text{s}\,7.30\times10^{11}\text{s}^{-1} = 1.96\times10^{-2}\,\text{eV}$$

B) Σε αυτήν την περίπτωση η βασική κατάσταση θα είναι αυτή στην οποία όλα τα σωματίδια θα βρίσκονται στη στάθμη με $n=0$ και η ενέργεια της βασικής κατάστασης του συστήματος θα είναι

$$E = 5E_0 = \frac{5}{2}hf = \frac{5}{2}4.136\times10^{-15}\,\text{eV}\bullet\text{s}\,7.30\times10^{11}\text{s}^{-1} = 0.755\times10^{-2}\,\text{eV}$$

Άσκηση 3

Από τη σχέση (10.5) σελ. 314 του βιβλίου των Serway-Moser-Moyer έχουμε:

$$\frac{A_{21}}{B} = \frac{8\pi hf^3}{c^3} = \frac{8\pi h}{\lambda^3} = 6.57\ 10^{-14}\,\frac{J.\sec}{m^3}\ (1)$$

Πρέπει στη συνέχεια να υπολογίσουμε την πυκνότητα ενέργειας της ακτινοβολίας $u(f)$ μέσα στην κοιλότητα, η οποία σύμφωνα με την υπόδειξη θα δίνεται από τη σχέση

$$u(f) = \frac{I(f)}{c}.$$

Η ένταση $I(f)$ ανά μονάδα συχνότητας ισούται με το λόγο της ισχύος της δέσμης μέσα στην κοιλότητα ανά μονάδα επιφάνειας και συχνότητας:

$$I(f) = \frac{P}{dA\ df}$$

Αφού η συνολική ισχύς στην κοιλότητα είναι: P=199mW, συνδυάζοντας τις δύο τελευταίες σχέσεις προκύπτει:

$$u(f) = \frac{P}{c\,dA\ df} = \frac{199\times10^{-3}W}{(3\times10^8\,\frac{m}{\sec}).\pi.(5\times10^{-4}m)^2(0.15\times10^9)\text{Hz}} = 5.63\times10^{-12}\,\frac{J.\sec}{m^3}$$

Συνεπώς από την (1) και την τελευταία προκύπτει ότι

$$\frac{B}{A_{21}}u(f) = 85.6$$

B) Από τη σχέση (10.3) σελ. 314 του βιβλίου των Serway-Moser-Moyer έχουμε:

$$\frac{B_{21}}{A_{21}}u(f) = \frac{1}{e^{\frac{hf}{kT}}-1}$$

Λύνοντας την τελευταία ως προς T προκύπτει ότι T=1.96×10^6K

Παρατηρούμε ότι η πυκνότητα ακτινοβολίας του λέιζερ μέσα στην κοιλότητα αντιστοιχεί σε αυτή που θα ακτινοβολούνταν στην ίδια συχνότητα από ένα μέλαν σώμα θερμοκρασίας σχεδόν 2000000 K.

Άσκηση 4

Οι δυνατές τιμές τη ενέργειας περιστροφής δίνονται από τη σχέση (11.5) του βιβλίου των Serway-Moses-Moyer:

$$E_{rot} = \frac{l(l+1)\hbar^2}{2I}, l = 0,1,2...\ (1)$$

Κάθε μετάβαση από μια ενεργειακή στάθμη ενέργειας E_1 σε μια άλλη ενέργειας E_2 θα οδηγήσει στην εκπομπή ή απορρόφηση φωτονίου του οποίου η συχνότητα θα είναι:

$$f = \frac{|E_2 - E_1|}{h}$$

Αντικαθιστώντας τις ενέργειες από την (1) προκύπτει:

$$f = \frac{1}{h}\frac{(h/2\pi)^2}{2I}\left|l_2(l_2+1) - l_1(l_1+1)\right| = \frac{h}{8\pi^2 I}\left|l_2(l_2+1) - l_1(l_1+1)\right| \quad (2)$$

Λόγω του κανόνα επιλογής $\Delta l=\pm 1$, προκύπτει ότι για επιτρεπτές μεταβάσεις θα έχουμε είτε $l_2=l_1+1$, είτε $l_2=l_1-1$ οπότε η (2) γίνεται:

$$f_+ = \frac{h}{8\pi^2 I}\left|(l_1+1)(l_1+1+1) - l_1(l_1+1)\right| = \frac{h}{4\pi^2 I}(l_1+1) \text{ και}$$

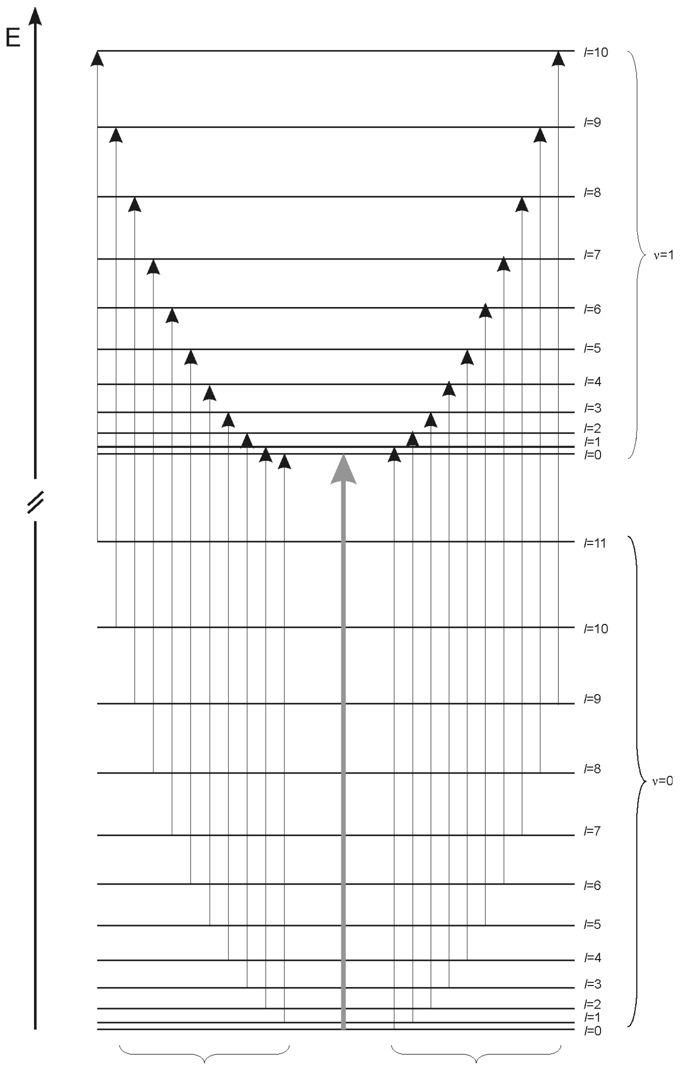
$$f_- = \frac{h}{8\pi^2 I}\left|(l_1-1)(l_1-1+1) - l_1(l_1+1)\right| = \frac{h}{8\pi^2 I}\left|-2l_1\right| = \frac{h}{4\pi^2 I} l_1$$

όπου l_1 ο κβαντικός αριθμός περιστροφής της αρχικής στάθμης

Άρα διαδοχικές φασματικές γραμμές θα απέχουν $\Delta f = \frac{h}{4\pi^2 I}$

Άσκηση 5

Α) Οι ενεργειακές στάθμες ταλάντωσης και περιστροφής μεταξύ των οποίων γίνονται οι μεταβάσεις που αντιστοιχούν στις γραμμές απορρόφησης του φάσματος χαρακτηρίζονται από τους κβαντικούς αριθμούς ταλάντωσης v και περιστροφής l. Οι γραμμές στα δεξιά του κέντρου αντιστοιχούν σε μεταβάσεις με $\Delta l = +1$, ενώ οι γραμμές στα αριστερά του κέντρου αντιστοιχούν σε μεταβάσεις με $\Delta l = -1$. Η κεντρική μετάβαση (σημειώνεται με γκρι βέλος) έχει $\Delta v = +1$ και $\Delta l = 0$ και αντιστοιχεί στην ενέργεια ταλάντωσης $\hbar\omega$. Την ίδια ενέργεια έχουν και όλες οι υπόλοιπες μεταβάσεις (δεν σημειώνονται εδώ) με $\Delta v = +1$ και $\Delta l = 0$ (π.χ. $\{v=0,\ l=3\} \rightarrow \{v=1,\ l=3\}$) όμως επειδή δεν πληρούν τον κανόνα επιλογής $\Delta l = \pm 1$ δεν παρατηρούνται στο φάσμα.



Β) Από το φάσμα μπορούμε να δούμε ότι η απόσταση δύο διαδοχικών κορυφών είναι περίπου ίση με $\Delta(1/\lambda) = 16.4\,\mathrm{cm}^{-1}$, η οποία αντιστοιχεί σε διαφορά ενέργειας $\Delta E = hc\Delta(1/\lambda)$. Η ενέργεια αυτή είναι επίσης ίση με $\hbar^2 / I_{cm}$ (σελ. 356), όπου I_{cm} η ροπή αδράνειας του μορίου ως προς το κέντρο μάζας του. Εξισώνοντας βρίσκουμε

$$\hbar^2 / I_{cm} = hc\Delta(1/\lambda) \Rightarrow I_{cm} = \frac{h}{4\pi^2}\frac{1}{c\Delta(1/\lambda)} = \frac{6.626\times10^{-34}}{4\pi^2\cdot 2.998\times10^{8}\cdot 16.4\times10^{2}}\left[\mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{m}}\mathrm{m}\right] \Rightarrow$$

$$I_{cm} = 3.41\times10^{-47}\,\mathrm{kg\cdot m^2} \qquad (1)$$

Η ροπή αδράνειας του μορίου δίνεται από (σχέση 11.2) $I_{cm} = \mu R_0^{\,2}$ (2)

όπου R_0 είναι το μήκος του δεσμού και μ η ανηγμένη μάζα του μορίου. Για το HBr,

$$\mu = \frac{m_H m_{Br}}{m_H + m_{Br}} = \frac{1u\cdot 79u}{1u + 79u} = \frac{79}{80}u = 0.9875u = 1.64\times10^{-27}\,\mathrm{kg},$$

οπότε με αντικατάσταση στις (1) και (2) βρίσκουμε

$$R_0 = \sqrt{\frac{I_{cm}}{\mu}} = \sqrt{\frac{3.41\times10^{-47}}{1.64\times10^{-27}}}\,\mathrm{m} = 0.144\,\mathrm{nm}$$

Η συχνότητα ω του αρμονικού ταλαντωτή μπορεί να βρεθεί από την αναμενόμενη θέση της κεντρικής κορυφής που απουσιάζει από το φάσμα IR: $1/\lambda = 2580 - 16.4\,\text{cm}^{-1} = 2563.6\,\text{cm}^{-1}$ μέσω της σχέσης

$$\omega = 2\pi \frac{c}{\lambda} = 2\pi \cdot 2.998\times 10^{8} \cdot 2563.6\times 10^{2}\ \text{rad/s} = 4.83\times 10^{14}\ \text{rad/s} \quad (3)$$

Τέλος, η σταθερά ενεργού ελατηρίου K δίνεται από τη σχέση (11.9)

$$K = \mu\omega^2 = 1.64\times 10^{-27}(4.83\times 10^{14})^2\ \text{N/m} = 382\,\text{N/m}.$$

Οι τιμές που υπολογίσαμε για τα R_0 και K από το φάσμα ταλάντωσης και περιστροφής βρίσκονται πολύ κοντά στις τιμές R_0=0.141 nm και K=410 N/m που δίνονται στην βιβλιογραφία για το διατομικό μόριο HBr.

Άσκηση 6

Η πιθανότητα κατάληψης μιας στάθμης ενέργειας E από ένα ηλεκτρόνιο δίνεται από την συνάρτηση κατανομής Fermi-Dirac

$$f_{FD}(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT}+1} \quad (1)$$

Α) Εφόσον η ενέργεια Fermi βρίσκεται στο μέσον του ενεργειακού χάσματος, η ενέργεια της κατώτερης στάθμης της ζώνης αγωγιμότητας είναι $E = E_F + \frac{E_g}{2} \Rightarrow E - E_F = \frac{E_g}{2} \Rightarrow \frac{E-E_F}{k} = \frac{E_g}{2k} = \frac{0.67}{2\cdot 8.617\times 10^{-5}}K \Rightarrow$

$\frac{E-E_F}{k} = 3.8877\times 10^{3}K$. Με αντικατάσταση στη σχέση (1) βρίσκουμε

$$f_{FD}(E) = \begin{cases} 1.76\times 10^{-7} & T = 250K \\ 2.36\times 10^{-6} & T = 300K \\ 1.50\times 10^{-5} & T = 350K \end{cases}$$

Β) Ομοίως, η ενέργεια της ανώτερης στάθμης της ζώνης σθένους είναι $E = E_F - \frac{E_g}{2} \Rightarrow E - E_F = -\frac{E_g}{2} \Rightarrow \frac{E-E_F}{k} = -\frac{E_g}{2k} = -\frac{0.67}{2\cdot 8.617\times 10^{-5}}K \Rightarrow$

$\frac{E-E_F}{k} = -3.8877\times 10^{3}K$. Με αντικατάσταση στη σχέση (1) βρίσκουμε για την πιθανότητα η ανώτερη στάθμη της ζώνης σθένους να είναι άδεια

$$P = 1 - f_{FD}(E) = \begin{cases} 1.76\times 10^{-7} & T = 250K \\ 2.36\times 10^{-6} & T = 300K \\ 1.50\times 10^{-5} & T = 350K \end{cases}$$

Γ) Από τα δεδομένα έχουμε $f_{FD}(E_{CB}) = 4.4\times 10^{-4} \Rightarrow \frac{1}{e^{(E_{CB}-E_F)/kT}+1} = 4.4\times 10^{-4}$ (2)

όπου E_{CB} η κατώτερη στάθμη της ζώνης αγωγιμότητας. Λύνοντας την (2) ως προς $E_{CB} - E_F$, βρίσκουμε

$$E_{CB} - E_F = kT\ln\left(\frac{1-f_{FD}}{f_{FD}}\right) = 8.617\times 10^{-5}\cdot 300\cdot \ln\left(\frac{1-4.4\times 10^{-4}}{4.4\times 10^{-4}}\right)eV = 0.20\,eV$$

Άσκηση 7

A)

Από τη διατήρηση του ολικού αριθμού νουκλεονίων βρίσκουμε $2+14=A+10 \Rightarrow A=6$, ενώ από τη διατήρηση του ολικού φορτίου έχουμε $1+7=Z+5 \Rightarrow Z=3$, οπότε $\mathrm{X} = {}^{6}_{3}\mathrm{Li}$.

B) Η ενέργεια της αντίδρασης είναι

$$Q=\left\{M({}^{2}_{1}\mathrm{H})+M({}^{14}_{7}\mathrm{N})-M({}^{6}_{3}\mathrm{Li})-M({}^{10}_{5}\mathrm{B})\right\}\times 931.5\,\mathrm{MeV/u}$$

και θέτοντας $M({}^{2}_{1}\mathrm{H})=2.014102\ \mathrm{u}$, $M({}^{14}_{7}\mathrm{N})=14.003074\ \mathrm{u}$, $M({}^{6}_{3}\mathrm{Li})=6.015123\ \mathrm{u}$, $M({}^{10}_{5}\mathrm{B})=10.012938\ \mathrm{u}$ βρίσκουμε $Q=(-0.0109\ \mathrm{u})\,(931.5\ \mathrm{MeV/u})=-10.14\ \mathrm{MeV}$ που σημαίνει ότι η αντίδραση είναι ενδόθερμη.

Άσκηση 8

A) Στους $6\mathrm{x}10^{8}$K, κάθε πυρήνας άνθρακα έχει θερμική ενέργεια:

$$\frac{3}{2}\mathrm{k_B T}=(1.5)\left(8.62\,\mathrm{x}10^{-5}\ \mathrm{eV/K}\right)\left(6\mathrm{x}10^{8}\ \mathrm{K}\right)=7.7\mathrm{x}10^{4}\ \mathrm{eV}$$

B) Η ενέργεια που απελευθερώνεται είναι ίση με:

$$E_{Ne}=\{2M({}^{12}_{6}\mathrm{C})-M({}^{20}_{10}\mathrm{Ne})-M({}^{4}_{2}\mathrm{He})\}\times 931.5\,\mathrm{MeV/u}=4.62\,\mathrm{MeV}$$

$$E_{Mg}=\{2M({}^{12}_{6}\mathrm{C})-M({}^{24}_{12}\mathrm{Mg})\}\times 931.5\,\mathrm{MeV/u}=13.93\,\mathrm{MeV}$$

Γ) Ενέργεια που απελευθερώνεται= ενέργεια αντίδρασης του αριθμού των πυρήνων άνθρακα που βρίσκονται σε 2kg δείγματος, που αντιστοιχούν σε:

$$\left[\left(2\mathrm{x}10^{3}\,\mathrm{g}\,\mathrm{x}\,6.02\mathrm{x}10^{23}\,\mathrm{atoms/mol}/12\mathrm{g/mol}\right)\left(1\text{γεγονός αντίδρασης}/2\text{πυρήνες}\right)\left(4.62\mathrm{MeV}\right)1\mathrm{kWh}/\left(2.25\mathrm{x}10^{19}\,\mathrm{MeV}\right)\right]$$

$$\Delta\mathrm{E}=\frac{\left(1.0\mathrm{x}10^{26}\right)\left(4.62\right)}{2\left(2.25\mathrm{x}10^{19}\right)}\mathrm{kWh}=10.3\mathrm{x}10^{6}\ \mathrm{kWh}$$

Άσκηση 9

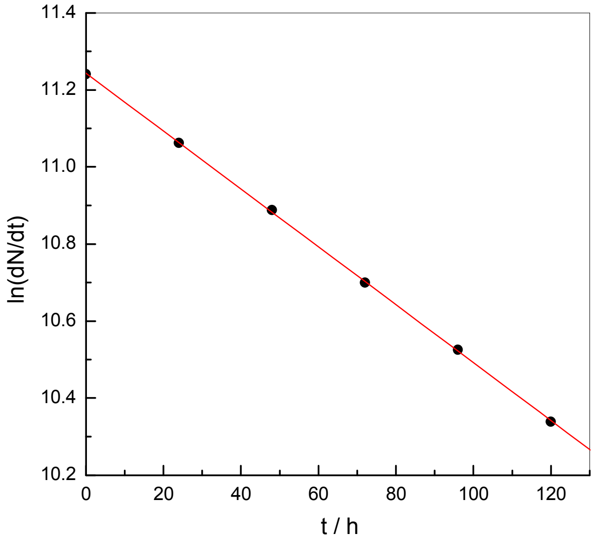
Η σχέση που δίνει το ρυθμό διάσπασης είναι η

$$\mathrm{R}=\frac{\mathrm{dN}}{\mathrm{dt}}=\mathrm{R_o}e^{-\lambda t}\Rightarrow\frac{1}{\mathrm{R_o}}\frac{\mathrm{dN}}{\mathrm{dt}}=e^{-\lambda t}\Rightarrow\ln\left(\frac{1}{\mathrm{R_o}}\cdot\frac{\mathrm{dN}}{\mathrm{dt}}\right)=-\lambda t\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ln\left(\frac{1}{\mathrm{R_o}}\right)+\ln\left(\frac{\mathrm{dN}}{\mathrm{dt}}\right)=-\lambda t\Rightarrow\ln\left(\frac{\mathrm{dN}}{\mathrm{dt}}\right)=-\lambda t-\mathrm{A}\quad(\mathrm{I})$$

Όπου έχουμε θέσει $\ln\left(\frac{1}{\mathrm{R_o}}\right)=\mathrm{A}$. Παρατηρούμε ότι η σχέση (I) είναι της μορφής $y=ax+b$, άρα παριστά ευθεία της οποίας η κλίση αντιστοιχεί στη σταθερά διασπάσεως -λ. Από τα δεδομένα της άσκησης φτιάχνουμε τον ακόλουθο πίνακα

t (h)	dN/dt	ln(dN/dt)
0	76200	11.24
24	63720	11.06
48	53520	10.89
72	44340	10.70
96	37260	10.53
120	30900	10.34



Με βάση τον πίνακα αυτό, φτιάχνουμε τη γραφική παράσταση του $\ln\left(\frac{dN}{dt}\right)$ συναρτήσει του χρόνου (και επειδή μας ενδιαφέρει μόνο η κλίση της ευθείας θέσαμε αυθαίρετα τη σταθερά A ίση με το μηδέν). Η κλίση της ευθείας μπορεί να υπολογιστεί από δύο σημεία της, π.χ.

$a=\frac{10.34\text{-}11.06}{120-24}=-0.0075\,\text{h}^{-1}\Rightarrow\lambda=0.0075\,\text{h}^{-1}$. Ο χρόνος ημιζωής δίνεται από τη σχέση

$T_{1/2}=\frac{0.693}{\lambda}=\frac{0.693}{0.0075}\text{h}\Rightarrow T_{1/2}=92.4\,\text{h}$ (3.85 ημέρες).

Άσκηση 10

Πρέπει να διατεθεί ενέργεια για 10^7 κατοίκους/(4 κατοίκους/ σπίτι) = 2.5 10^6 σπίτια.
Αλλά κάθε σπίτι θέλει:
Για θέρμανση: 6kW 8h/ημέρα (365/2) ημέρες / έτος 50 έτη = 4.38 10^5 kWh.
Για την κουζίνα: 2kW 3h/ημέρα 365 ημέρες / έτος 50 έτη = 1.095 10^5 kWh.
Ήτοι σύνολο για την Ελλάδα: 1.37 10^{12} kWh = 1.37 10^{12} MeV/(4.45 10^{-20}) = 3 10^{31} MeV.
Επομένως χρειάζονται 3 10^{31} MeV /(208 MeV/πυρήνα) = 1.5 10^{29} πυρήνες.
Κάθε πυρήνας έχει μάζα 235 u = 235 gr/N_A = 235 gr/(6.02 10^{23}) = 3.9 10^{-25} kg.
Άρα χρειάζονται 1.5 10^{29} 3.9 10^{-25} kg = 57.7 10^3 kg = 57.7 τόνοι.
Ο όγκος V=M/ρ = 576.7 10^6 g/(18.7 g/cm^3) = 3 10^6 cm^3
Επειδή το δοχείο είναι σφαιρικό, V=(4/3)πR^3 ==> R=(3V/4π)$^{1/3}$ = (3 3 10^6 cm^3)/(4π) = 90.3 cm.
Άρα η διάμετρος = 1.8 m.
Αν το δοχείο ανανεώνεται ανά 6 μήνες θα χρειασθ0ύν 100 δοχεία, δηλ V'=V/100.
Και άν η απόδοση είναι 20/100 = 1/5, θα χρειασθεί V" = 5 V' = 5V/100.
Άρα R" = (3V/4π 5/100)$^{1/3}$ = R(5/100)$^{1/3}$ = 0.37 R.
Άρα η διάμετρος κάθε δοχείου = 66.5 cm για την ενέργεια όλων των νοικοκυριών της Ελλάδας.

Ερώτηση 1

Α)Το μήκος κύματος ενός φωτονίου ικανού να διεγείρει ένα ηλεκτρόνιο από τη ζώνη σθένους στη ζώνη αγωγιμότητας θα δίνεται από τη σχέση
$\frac{hc}{\Delta E} = \frac{hc}{E_g} = 2.27 \times 10^{-7}\ \mathrm{m} = 227\ \mathrm{nm}$, Το μήκος κύματος αυτό βρίσκεται στην υπεριώδη περιοχή του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος

Β) Από το προηγούμενο ερώτημα βλέπουμε ότι τα φωτόνια του ορατού φωτός δεν έχουν αρκετή ενέργεια για να διεγείρουν ηλεκτρόνια από τη ζώνη σθένους στη ζώνη αγωγιμότητας και συνεπώς διέρχονται χωρίς απορρόφηση από το διαμάντι.
Γ) Οι προσμίξεις δημιουργούν ενεργειακές στάθμες μέσα στο ενεργειακό χάσμα του διαμαντιού με αποτέλεσμα να είναι δυνατή η απορρόφηση φωτονίων με μεγαλύτερα μήκη κύματος από ότι στην περίπτωση του καθαρού διαμαντιού. Αν υποθέσουμε ότι οι ενεργειακές στάθμες δημιουργούνται κοντά στο μέσο του ενεργειακού χάσματος, τότε τα μήκη κύματος που απορροφούνται προφανώς αντιστοιχούν στην κυανή περιοχή του ορατού φάσματος ($\frac{hc}{(E_g/2)} \cong 450\ \mathrm{nm}$). Τα μεγαλύτερα μήκη κύματος (πράσινα και κόκκινα) ως λιγότερο ενεργειακά διέρχονται χωρίς απορρόφηση από το υλικό και η σύνθεσή τους δίνει στα αδαμάντινα κοσμήματα το χαρακτηριστικό κίτρινο χρώμα που αντιλαμβανόμαστε.

Ερώτηση 2

Α) Από την εκφώνηση συμπεραίνουμε ότι $T_{C,O} = 4.15\,K$ και $B_c = 0.041\,T$.
Ζητάμε την τιμή του μαγνητικού πεδίου Β το οποίο θα ακυρώσει την υπεραγωγιμότητα σε θερμοκρασία $T_C(B) = 2.2\,K$.

Λύνοντας τη σχέση $T_C(B) = T_{C,O}\left(1 - \frac{B}{B_c}\right)^{1/2}$ ως προς Β και αντικαθιστώντας τις δεδομένες τιμές προκύπτει ότι:

$$B = B_c\left[1 - \left(\frac{T_C(B)}{T_{C,O}}\right)^2\right] = 0.029\ T$$

Ερώτηση 3

Η απελευθέρωση ενέργειας κατά την σύντηξη και τη σχάση βασίζεται στο ότι η ενέργεια σύνδεσης ανά νουκλεόνιο εξαρτάται από τον μαζικό αριθμό Α και μάλιστα με τέτοιο τρόπο ώστε να παρουσιάζει μέγιστο για Α≈60 (σχήμα 13.7). Συνεπώς, η σύντηξη δύο ελαφρών πυρήνων (με Α<60) και η σχάση ενός βαρύ πυρήνα (με Α>60) θα οδηγήσουν σε απελευθέρωση ενέργειας παρόλο που οι δύο αυτές διαδικασίες είναι εξ ορισμού αντίθετες (σύντηξη=ένωση, σχάση=διάσπαση). Αντίφαση θα υπήρχε μόνο αν θεωρήσουμε πως το ίδιο στοιχείο ελευθερώνει ενέργεια με τις ίδιες διαδικασίες. Μόνο η σύντηξη των ελαφρών και η σχάση των βαρέων στοιχείων καταλήγει σε μείωση της μάζας των νουκλεονίων και απελευθέρωση ενέργειας.

Ερώτηση 4

Ο αριθμός των πυρήνων ^3H στο πλάσμα είναι:

$N=50m^3\ (1.5\times10^{14}/cm^3)\ (10^2 cm/m)^3=0.75\times10^{22}$

$\lambda=\frac{\ln 2}{T_{1/2}}=\frac{0.693}{12y}\left(\frac{1\,y}{3.16\,x\,10^7\,s}\right)=1.83\,x\,10^{-9}\,/\,s$ Ο ρυθμός διασπάσεων είναι:

$R=\lambda N=\left(1.83\times10^{-9}\,/\,s\right)\left(0.75\times10^{22}\right)=1.37\,x\,10^{13}\,Bq$ ή ισοδύναμα:

$R=1.37\times10^{13}\,Bq\left(\frac{1\,Ci}{3.7\,x\,10^{10}\,Bq}\right)=370\,Ci$ Άρα είναι σχεδόν αμελητέο σε σχέση με τη σχάση 4×10^{10} Ci

Ερώτηση 5

Επειδή στις δεδομένες αντιδράσεις δεν συμμετέχουν ταυ λεπτόνια και ταυ νετρίνα (τ^-, ν_τ) θα ελέγξουμε μόνο τη διατήρηση των L_e και L_μ σε κάθε μία από αυτές. (Ο L_τ θα είναι μηδέν πάντα και συνεπώς διατηρείται).

i)

Πριν από τη διάσπαση: $\begin{pmatrix} L_\mu \\ L_e \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Μετά τη διάσπαση: $\begin{pmatrix} L_\mu \\ L_e \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0+0+(-1) \\ -1+1+0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Άρα οι λεπτονικοί αριθμοί διατηρούνται

ii)

Πριν από τη διάσπαση: $\begin{pmatrix} L_\mu \\ L_e \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Μετά τη διάσπαση: $\begin{pmatrix} L_\mu \\ L_e \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1+(-1) \\ 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Άρα οι λεπτονικοί αριθμοί διατηρούνται.

iii)

Πριν από τη διάσπαση: $\begin{pmatrix} L_\mu \\ L_e \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Μετά τη διάσπαση: $\begin{pmatrix} L_\mu \\ L_e \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1+0+0 \\ 0+(-1)+1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Άρα ο λεπτονικός αριθμός της ποικιλίας μιονίου L_μ δεν διατηρείται και συνεπώς η διάσπαση (iii) δεν παρατηρείται.