

**Ελληνικό Ανοικτό Πανεπιστήμιο**  
**Ενδεικτικές Λύσεις Θεμάτων Εξετάσεων στη**  
**Θεματική Ενότητα ΦΥΕ34**

**ΣΧΕΤΙΚΟΤΗΤΑ**

Διάρκεια: 90 λεπτά

Όνοματεπώνυμο: .....

Τμήμα: .....

**Θέμα 1<sup>ο</sup>** (Μονάδες: 2.5)

Ο Βασίλης φτάνει στη Γιάννα σε χρόνο  $t \approx 20$  έτη (yrs) . Άρα η Γιάννα είναι περίπου  $t = 20$  yrs στη φωτογραφία. Ο χρόνος που πέρασε στο διαστημόπλοιο για το Βασίλη είναι

$$t' = \frac{t}{\gamma} = \frac{20}{22.36} \text{ yrs} = 0.89 \text{ yrs}$$

Άρα ο Βασίλης είναι 0.89 yrs.

Β) Το σήμα στέλνεται πίσω όταν η Άννα/Γιάννα είναι 20 ετών στο ΣΑ των Άννας-Γιάννας. Το σήμα θα ταξιδέψει για 20 yrs άρα όταν η Άννα λάβει την φωτογραφία θα είναι 40 yrs

Γ) Η απόσταση των δύο πλανητών στο ΣΑ του Βασίλη είναι 20 έτη φωτός/ $\gamma = 20/22.37$  έτη φωτός = 0.894 έτη φωτός

**Θέμα 2<sup>ο</sup>** (Μονάδες: 2.5)

Το σήμα από το Α φθάνει στη Γή με συχνότητα

$$f' = f_1 \sqrt{\frac{1+v_A/c}{1-v_A/c}}$$

ανακλάται στη Γή με συχνότητα  $f'$ , και λαμβάνεται από τον Α με συχνότητα

$$f_2 = f' \sqrt{\frac{1+v_A/c}{1-v_A/c}} = f_1 \frac{1+v_A/c}{1-v_A/c}$$

Άρα η ταχύτητα του Α ως προς τη Γή είναι

$$v_A/c = \frac{f_2 - f_1}{f_2 + f_1}$$

Ο Β απομακρύνεται από το Γ, άρα λαμβάνει τη συχνότητα  $f_B$  του Γ ως

$$f_B = f_\Gamma \sqrt{\frac{1-v_B/c}{1+v_B/c}},$$

την οποία και απαντά στον Α.

Αλλά και ο Α, ομοίως, λαμβάνει τη συχνότητα  $f_\Gamma$  του Γ ως

$$f_A = f_\Gamma \sqrt{\frac{1+v_A/c}{1-v_A/c}} = f_\Gamma \frac{f_2^2}{f_1^2}$$

Διαιρώντας κατά μέλη λύνουμε ως προς την ταχύτητα του B ως προς τη Γη:

$$v_B/c = \frac{f_1 f_A^2 - f_2 f_B^2}{f_1 f_A^2 + f_2 f_B^2}$$

Τότε, η ταχύτητα του B ως προς το A είναι

$$v/c = \frac{(v_B/c) - (v_A/c)}{1 - (v_B/c)(v_A/c)} = \frac{\frac{f_1 f_A^2 - f_2 f_B^2}{f_1 f_A^2 + f_2 f_B^2} - \frac{f_2 - f_1}{f_2 + f_1}}{1 - \frac{f_1 f_A^2 - f_2 f_B^2}{f_1 f_A^2 + f_2 f_B^2} \frac{f_2 - f_1}{f_2 + f_1}} = \frac{f_1^2 f_A^2 - f_2^2 f_B^2}{f_1^2 f_A^2 + f_2^2 f_B^2}$$

Με τα δεδομένα παίρνουμε  $v_A=0.25c$  και  $v=-0.1c$ , άρα ο B πλησιάζει τον A (και ο A τον B).

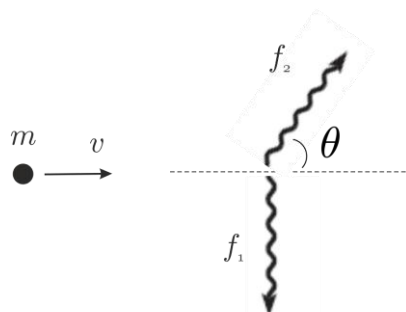
**Θέμα 3<sup>ο</sup>** (Μονάδες: 2.5)

Έστω  $v$  η ταχύτητα του σωματιδίου, και  $f_1, f_2$  οι συχνότητες των δύο φωτονίων. Από τη διατήρηση ενέργειας και ορμής πριν και μετά τη διάσπαση έχουμε

$$\gamma m c^2 = h f_1 + h f_2 \quad (1)$$

$$\frac{h f_1}{c} = \frac{h f_2}{c} \sin \theta \quad (2)$$

$$\gamma m v = \frac{h f_2}{c} \cos \theta \quad (3)$$



Διαιρώντας τις (2) και (3) κατά μέλη έχουμε

$$\frac{h f_1}{\gamma m v c} = \tan \theta \Rightarrow h f_1 = \frac{1}{2} \gamma m v c \quad (4)$$

Ενώ από τη σχέση  $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \theta}} \Rightarrow \cos \theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$ , επομένως από την (3)

$$h f_2 = \frac{\sqrt{5}}{2} \gamma m v c \quad (5)$$

Αντικαθιστώντας τις (5) και (4) στην (1) βρίσκουμε

$$\gamma m c^2 = \frac{\sqrt{5}}{2} \gamma m v c + \frac{1}{2} \gamma m v c \Rightarrow v = \frac{2}{\sqrt{5} + 1} c \Rightarrow v = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} c \Rightarrow v = 0.618c$$

**Θέμα 4<sup>ο</sup>** (Μονάδες: 2.5)

A) Στο ΣΑ του τραίνου θεωρούμε δύο γεγονότα A το άναμμα του πρώτου λαμπτήρα με συντεταγμένες  $(t'_A, x'_A) = (0, 0)$  και  $(t'_B, x'_B) = (1\mu s, L)$  όπου  $L$  το ιδιομήκος του τραίνου. Οι χωροχρονικές συντεταγμένες των δύο γεγονότων στο ΣΑ του παρατηρητή στη Γη δίνονται από  $(t_A, x_A), (t_B, x_B)$ . Σύμφωνα με το μετασχηματισμό Lorentz και για  $\Delta t_{AB} = t_B - t_A = 1\mu s, \Delta x_{AB} = x_B - x_A = L$  και σχετική ταχύτητα του ΣΑ

του τραίνου ως προς το ΣΑ της Γης  $u = -v = -\frac{2}{3}c$

$$\Delta t_{AB} = \gamma \left( \Delta t'_{AB} - \frac{v}{c^2} \Delta x'_{AB} \right) \Rightarrow 1 \times 10^{-6} s = \frac{3}{\sqrt{5}} \left( 3 \times 10^{-6} s - \frac{2}{3c} L \right) \Rightarrow$$

$$L = \frac{\sqrt{5}}{2} \left( \frac{9}{\sqrt{5}} - 1 \right) 10^{-6} \times 3 \times 10^8 \text{ m} \approx 1015 \text{ m}$$

B) Το μήκος στο ΣΑ της Γης θα δίνεται από τον τύπο της συστολής του μήκους

$$L_T = \frac{L}{\gamma} = \frac{\sqrt{5}}{5} L \approx 756.2 \text{ m}$$

Χρησιμοποιείτε όπου απαιτείται σταθερές από τα βιβλία σας.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**